

## SZACOWANIE WSPÓŁCZYNNIKA FILTRACJI MATERIAŁÓW ZIARNISTYCH

Jadwiga ŚWIRSKA  
Politechnika Opolska, Opole

### 1. Wprowadzenie

Kruszywa, do których zaliczamy między innymi piaski, żwiry i pospółki, należą do materiałów bardzo często stosowanych w budownictwie i drogownictwie oraz często występujących jako grunty rodzime na których posadowione są obiekty budowlane. Jednym z podstawowych parametrów charakteryzujących własności fizyczne kruszyw jest współczynnik filtracji, który opisuje zdolność materiału do przepuszczania wody, przepływającej pod wpływem zaistniałego gradientu ciśnienia hydrostatycznego. Parametr ten ma decydujący wpływ na strumień wody dopływający ze strony gruntu do podziemnych części budynku, co ma szczególne znaczenie w przypadku budowli zabytkowych, nie posiadających odpowiednich izolacji przeciwwodnych.

Formuła empiryczna opisująca natężenie przepływu filtracyjnego sformułowana przez francuskiego inżyniera H. Darcy'ego ma następującą postać [1, 2]

$$\mathbf{j} = -k\nabla p, \quad (1)$$

w której współczynnik filtracji  $k$  wyraża ilość wody w kg przepływającej przez warstwę materiału o powierzchni  $1 \text{ m}^2$  i grubości  $1 \text{ m}$ , w czasie  $1 \text{ s}$ , przy różnicy ciśnień na powierzchniach warstwy równej  $1 \text{ Pa}$ .

### 2. Metodyka badań eksperymentalnych

W niniejszej pracy badanie współczynników filtracji kruszyw przeprowadzono w kolumnie filtracyjnej o schemacie przedstawionym na rysunku 1, w którym złożo spoczywało na drobnoporowatym sicie wykonanym ze spieku szklanego o współczynniku filtracji  $k_0 = 1,529 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{msPa})$  i grubości  $h_0 = 7 \text{ mm}$ .

W celu eksperymentalnego wyznaczenia współczynnika filtracji złoża  $k_1$  nasycone złożo przelewa się wraz z wodą do kolumny filtracyjnej tak aby woda znajdowała się na poziomie  $h$  nad górną powierzchnią złoża. Następnie rejestruje się zmiany masy naczynia z przesączającą się wodą w czasie czekając aż przepływ stanie się ustalony.

W warunkach pomiaru, kiedy to ma się do czynienia z przepływem jednowymiarowym, prawo Darcy'ego przyjmuje postać [2]

$$j = -k_2 \frac{\partial p}{\partial x} = -k_2 \frac{\rho_w g h_w}{h_1 + h_0}. \quad (2)$$

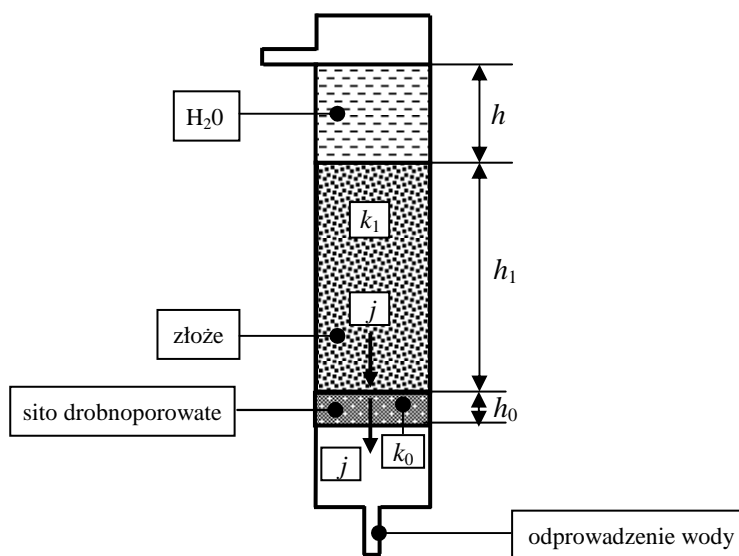
Po ustaleniu się przepływu zmiany masy naczynia, do którego sływa przesączająca się z kolumny filtracyjnej woda, stają się liniową funkcją czasu. Wówczas współczynnik filtracji układu spiek-złoże obliczyć można z przekształconego wzoru (2)

$$k_2 = \frac{j_w}{\rho_w g A} \frac{h_1 + h_0}{(h + h_1 + h_0)}, \quad (3)$$

gdzie

$$j_w = \frac{\Delta m}{\Delta t}, \quad \Delta m = m(t_n) - m(t_{n-1}), \quad \Delta t = t_n - t_{n-1}. \quad (4)$$

Wartość współczynnika  $k_2$  należy obliczyć dla danego złoża jako średnią arytmetyczną ze wszystkich odczytów, dla których zmiany masy naczynia z wodą w czasie były liniowe.



Rys. 1 Schemat kolumny filtracyjnej.

Fig. 1 Schema of filtration column.

Jeżeli opór spieku nie jest pomijalnie mały w porównaniu z oporem układu spiek-złoże skorzystać należy z warunku równości strumieni filtracyjnych w spieku i badanym złożu, słusznego dla przepływów ustalonych

$$j_w = -k_0 \frac{\Delta p_0}{h_0} = -k_1 \frac{\Delta p_1}{h_1} = -k_2 \frac{\Delta p}{h_1 + h_0}, \quad \Delta p = \Delta p_0 + \Delta p_1, \quad (5)$$

z którego wynika, że

$$k_1 = \frac{h_1 k_0 k_2}{(h_1 + h_0) k_0 - h_0 k_2}. \quad (6)$$

### 3. Wyniki pomiarów

Badanie współczynnika filtracji przeprowadzono dla czterech próbek złożonych z frakcji mieszanych w stosunku 1:1 wagowo: piasek 0,25 ÷ 0,5 i 0,5 ÷ 1,0 mm (próbka nr 1); piasek 0,5 ÷ 1,0 i pospółka 1,0 ÷ 2,0 mm (próbka nr 2); pospółka 0,5 ÷ 1,0 i 1,0 ÷ 2,0 mm (próbka nr 3); pospółka 2,0 ÷ 4,0 i 4,0 ÷ 8,0 mm (próbka nr 4).

Pomiary prowadzono w kolumnie filtracyjnej przy wysokości złoża pospółki  $h_1 = 0,3 \pm 0,01$  m i wysokości słupa wody nad próbką  $h = 0,7 \pm 0,02$  m. Temperatura wody użytej do badania wynosiła 14,7°C.

Tablica 1. Wyniki pomiarów.

Frakcja [mm]	Strumień $j_w$ [kg/s]	Współ. $k_{2n}$ [kg/msPa]	Odchylenie $\varepsilon$ [%]	Współ. $k_{2sr}$ [kg/msPa]	Współ. $k_{1sr}$ [kg/msPa]
piasek 0,25 – 0,5 0,5 – 1,0	$4,9 \cdot 10^{-3}$	$4,50 \cdot 10^{-5}$	8,95	<b><math>4,13 \cdot 10^{-5}</math></b>	<b><math>4,30 \cdot 10^{-5}</math></b>
	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$4,26 \cdot 10^{-5}$	3,14		
	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$4,09 \cdot 10^{-5}$	0,96		
	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$3,84 \cdot 10^{-5}$	7,02		
	$4,4 \cdot 10^{-3}$	$3,96 \cdot 10^{-5}$	4,11		
piasek 0,5 – 1,0 pospółka 1,0 – 2,0	$1,31 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-4}$	6,25	<b><math>1,12 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b><math>1,31 \cdot 10^{-4}</math></b>
	$1,27 \cdot 10^{-2}$	$1,16 \cdot 10^{-4}$	3,57		
	$1,23 \cdot 10^{-2}$	$1,12 \cdot 10^{-4}$	0,00		
	$1,20 \cdot 10^{-2}$	$1,10 \cdot 10^{-4}$	1,78		
	$1,13 \cdot 10^{-2}$	$1,03 \cdot 10^{-4}$	8,03		
pospółka 0,5 – 1,0 1,0 – 2,0	$2,19 \cdot 10^{-2}$	$1,98 \cdot 10^{-4}$	7,02	<b><math>1,85 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b><math>2,497 \cdot 10^{-4}</math></b>
	$2,13 \cdot 10^{-2}$	$1,93 \cdot 10^{-4}$	4,32		
	$2,10 \cdot 10^{-2}$	$1,90 \cdot 10^{-4}$	2,70		
	$1,90 \cdot 10^{-2}$	$1,72 \cdot 10^{-4}$	7,02		
	$1,85 \cdot 10^{-2}$	$1,70 \cdot 10^{-4}$	8,10		
pospółka 2,0 – 4,0 4,0 – 8,0	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,52 \cdot 10^{-4}$	0,89	<b><math>4,48 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b><math>1,317 \cdot 10^{-3}</math></b>
	$4,95 \cdot 10^{-2}$	$4,49 \cdot 10^{-4}$	0,22		
	$4,98 \cdot 10^{-2}$	$4,52 \cdot 10^{-4}$	0,89		
	$4,84 \cdot 10^{-2}$	$4,39 \cdot 10^{-4}$	0,20		
	$4,96 \cdot 10^{-2}$	$4,50 \cdot 10^{-4}$	0,44		

### 4. Wzory empiryczne na współczynnik filtracji

Ze wzoru Krügera otrzymuje się wartość współczynnika filtracji w [m/dobę] przy temperaturze 21°C [3]

$$\tilde{k}_{21} = \frac{243 \cdot 10^4}{C^2} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2}, \quad (7)$$

przy czym

$$\tilde{k} = k g. \quad (8)$$

Pole powierzchni cząstek gruntu, zawartych w 1 cm<sup>3</sup> gruntu, oblicza się ze wzoru

$$C = \frac{60(1-\varepsilon)}{d_q}, \quad (9)$$

gdzie

$$\frac{1}{d_q} = \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{d_i}, \quad (10)$$

Granice frakcji we wzorach Krügera są następujące:

$$\begin{array}{lll} d_1 \leq 0,01, & 0,01 \leq d_2 < 0,05, & 0,05 \leq d_3 < 0,10, \\ 0,10 \leq d_4 < 0,25, & 0,25 \leq d_5 < 0,50, & 0,50 \leq d_6 < 1,00, \\ 1,00 \leq d_7 < 2,00, & 2,00 \leq d_8 < 3,00, & 3,00 \leq d_9 < 4,00. \end{array}$$

Tablica 2. Porowatość gruntów niespoistych w zależności od stopnia zagęszczenia.

Stopień zagęszczenia $I_D$	Porowatość $\varepsilon$ , [%]			
	Żwirów	Piasków		
		grubych	Średnich	Drobnych
0,00 – 0,15	42 – 40	40 – 38	42 – 40	44 – 42
0,16 – 0,33	40 – 38	38 – 36	40 – 38	42 – 40
0,34 – 0,50	38 – 36	36 – 34	38 – 36	40 – 38
0,51 – 0,75	36 – 34	34 – 32	36 – 34	38 – 36
0,76 – 1,00	34 – 32	32 – 30	34 – 32	36 – 34

Współczynnik filtracji obliczony przy dowolnej temperaturze  $T$  wyrażonej w  $^{\circ}\text{C}$  przeliczyć można na współczynnik odpowiadający temperaturze równej  $10^{\circ}\text{C}$  korzystając ze wzoru [3]

$$\tilde{k}_{10} = \frac{\tilde{k}_T}{0,7 + 0,03T}. \quad (11)$$

Wyniki obliczeń współczynników filtracji zgodnie ze wzorem Krügera dla badanych frakcji mieszanych zestawione zostały w tablicy numer 3. W tabeli tej zamieszczono również wartości tychże współczynników otrzymane na drodze eksperymentalnej.

Tablica 3. Współczynniki filtracji frakcji mieszanych obliczone ze wzorów Krügera.

Próbka	Stopień zagęszczenia [-]						$\tilde{k}_{10}$ [m/s] z pomiaru
	0,00 – 0,15		0,34 – 0,50		0,76 – 1,00		
	$C$	$\tilde{k}_{10}$	$C$	$\tilde{k}_{10}$	$C$	$\tilde{k}_{10}$	
nr 1	68,4	$1,11 \cdot 10^{-3}$	73,2	$6,29 \cdot 10^{-4}$	78,0	$3,53 \cdot 10^{-4}$	$3,70 \cdot 10^{-4}$
nr 2	34,8	$3,85 \cdot 10^{-3}$	37,2	$2,18 \cdot 10^{-3}$	39,6	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$1,12 \cdot 10^{-3}$
nr 3	34,8	$3,85 \cdot 10^{-3}$	37,2	$2,18 \cdot 10^{-3}$	9,6	$1,22 \cdot 10^{-3}$	$2,15 \cdot 10^{-3}$
nr 4	9,0	$4,64 \cdot 10^{-2}$	9,6	$2,61 \cdot 10^{-2}$	10,2	$1,44 \cdot 10^{-2}$	$1,22 \cdot 10^{-2}$

## 5. Uwagi końcowe

Z danych zestawionych w tablicach 1 i 3 wynika, że:

1. Współczynnik filtracji rośnie wraz ze wzrostem wielkości ziaren kruszywa, co jest sprawą oczywistą gdyż ze wzrostem średnicy ziaren rośnie także objętość pustych przestrzeni zawartych między nimi, przez które to przestrzenie może migrować woda,
2. Dla mieszaniny frakcji (próbka nr 4) o uziarnieniu większym niż 2,0 mm strumień wody we wszystkich krokach czasowych był w przybliżeniu stały ( $j_w \cong const.$ ), a maksymalna wartość odchylenia od wartości średniej kształtowała się na poziomie 0,9%. W omawianym przypadku mamy więc do czynienia z dużą powtarzalnością wyników i ustalaniem się stanu stacjonarnego praktycznie na początku procesu.
3. Dla mieszaniny frakcji o uziarnieniu mniejszym niż 2,0 mm (próbki nr 1, 2, 3) strumień wody w kolejnych krokach czasowych malał, co spowodowane było prawdopodobnie zagęszczaniem się złoża i zatykaniem spieku. Procentowy spadek strumienia w piątym kroku czasowym w stosunku do jego wartości w pierwszym kroku czasowym wynosił odpowiednio 10,2, 13,7 i 15,5%. W analizowanym przypadku maksymalne odchylenie od wartości średniej wyniosło 8,95%.
4. Współczynniki filtracji frakcji mieszanych otrzymane ze wzorów Krügera odpowiadają wartościom pomierzonym dopiero przy przyjęciu porowatości jak dla gruntu zagęszczonego przy  $I_D$  zawartym w granicach od 0,76 do 1,00. Ponieważ badane próbki gruntu nie były przed eksperymentem zagęszczane można stąd wysnuć wniosek, że przedstawione w punkcie 4 wzory empiryczne mają charakter przybliżony i pozwalają jedynie na bardzo zgrubne szacowanie współczynnika filtracji gruntów piaszczystych.

## Oznaczenia symboli

- $A$  – pole powierzchni próbki, field of the surface of a specimen, [ $m^2$ ],  
 $C$  – pole powierzchni cząstek gruntu zawartych w  $1\text{ cm}^3$  gruntu, surface field of contained in  $1\text{ cm}^3$  of ground particles of soil, [ $cm^2/cm^3$ ],  
 $T$  – temperatura, temperature, [K],  
 $a_i$  – procentowa masowa zawartość frakcji  $i$  w badanej próbce, percentage mass content of fraction  $i$  in testing sample, [-],  
 $d_i$  – średnia średnica cząstki w obrębie frakcji  $i$ , mean diameter of particle in range of fraction  $i$ , [mm],  
 $d_q$  – średnica miarodajna, average diameter, [mm],  
 $g$  – przyspieszenie ziemskie, acceleration of gravity, [ $m/s^2$ ],  
 $h_w$  – wysokość słupa wody licząc od dolnej powierzchni spieku, height of liquid column calculation from lower surface of sinter, [m],  
 $j$  – gęstość strumienia filtrującej cieczy, density of flux of filtration liquid, [ $kg/(m^2\text{ s})$ ],  
 $j_w$  – strumień wody wypływającej z kolumny filtracyjnej, flowing out with filtration column water flux, [kg/s],  
 $k$  – współczynnik filtracji, filtration coefficient, [ $kg/(m\text{ s Pa})$ ],  
 $k_0$  – współczynnik filtracji spieku, filtration coefficient of sinter, [ $kg/(m\text{ s Pa})$ ],  
 $k_1$  – współczynnik filtracji złoża, filtration coefficient of bed, [ $kg/(m\text{ s Pa})$ ],  
 $k_2$  – współczynnik filtracji układu spiek-złoże, filtration coefficient of sinter-bed system, [ $kg/(m\text{ s Pa})$ ],

$k$  – współczynnik filtracji, filtration coefficient, [m/s],  
 $p$  – ciśnienie hydrostatyczne, hydrostatic pressure, [Pa],  
 $m$  – masa, mass, [kg],  
 $\nabla$  – operator gradientu, operator of gradient, [1/m],  
 $\varepsilon$  – porowatość, porosity, [-].  
 $\rho_w$  – gęstość wody, density of water, [kg/m<sup>3</sup>].

### **Literatura**

- [1] Kubik J.: Przepływ wilgoci w materiałach budowlanych, OW PO, Opole, 2000.
- [2] Kubik J., Świrski J.: Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki budowli, Skrypt nr 275, OW PO, Opole, 2005.
- [3] Marciniak K., Przybyłek J., Herzig J., Szczepańska J.: Badania współczynnika filtracji utworów półprzepuszczalnych, Wydawnictwo SORUS, Poznań, 1999.

## **ESTIMATION OF FILTRATION COEFFICIENT OF GRANULAR MATERIALS**

### **Summary**

In this work one described the method of measurement of filtration coefficient of aggregate in filtration column at constant height of liquid column. Following one presented results of laboratory tests of filtration coefficient for four different mixes of fractions of sand and all-in aggregate. Results of testing are compared with obtained from empirical formula of Krüger values of filtration coefficient.