

MODEL MATEMATYCZNO-FIZYCZNY RURY CIEPLNEJ ZE STRUKTURĄ KAPILARNĄ

Jadwiga ŚWIRSKA-PERKOWSKA
Politechnika Opolska, Opole

1. Wprowadzenie

Rury ciepłe są urządzeniami stosowanymi do transportu ciepła oraz stabilizacji temperatur i regulacji gęstości strumienia ciepła. Rurą ciepłą jest odcinek rury obustronnie zamknięty, wypełniony cieczą roboczą i parami tej cieczy. Wytarzanie rur ciepłych polega na wprowadzeniu cieczy do rury i wytworzeniu próżni technicznej, a następnie szczelnym jej zamknięciu.

W budownictwie rury ciepłe znajdują swoje zastosowanie w kolektorach słonecznych, wymiennikach ciepła, ogrzewaniach ściennych i radiacyjnych panelach ściennych, które coraz częściej są wykorzystywane także przy zmianie sposobu użytkowania starych przemysłowych obiektów.

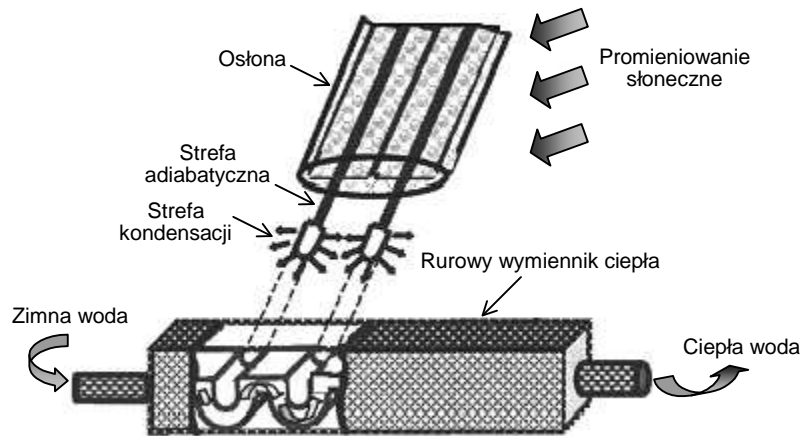
Zasada działania rury ciepłej polega na odparowaniu cieczy nasycającej strukturę kapilarną. Odparowanie odbywa się w ogrzewanej części rury tzn. w parowniku. W wyniku różnic temperatur i w konsekwencji różnic ciśnień pomiędzy końcami rury para przemieszcza się do skraplacza, gdzie ulega kondensacji. Skropliny przemieszczają się w strukturze kapilarnej z powrotem do parownika. Procesy parowania, skraplania oraz transportu pary i skroplin zachodzą w sposób ciągły. Rura ciepła może przenosić duże strumienie ciepła, pomimo małych różnic temperatur, gdyż proces parowania i kondensacji przebiega praktycznie w tej samej temperaturze. Najwyższe gęstości przekazywanego strumienia ciepła uzyskano stosując rtęć $25,1 \text{ kW/cm}^2$ i sód $9,3 \text{ kW/cm}^2$.

2. Rodzaje rur ciepłych i ich zastosowanie w budownictwie

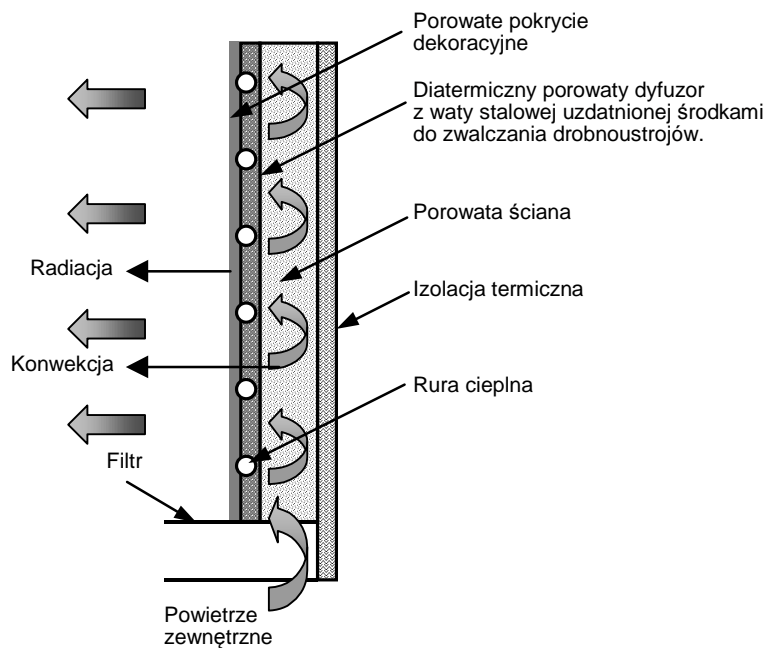
Rury ciepłe mają parę odmian, które różnią się przede wszystkim sposobem transportu skroplin do parownika. Wyróżniamy tu [5]:

- *termosyfony*, gdzie kondensat przemieszcza się za pomocą sił ciężkości,
- *termosyfony „antygrawitacyjne”*, w których skraplacz jest poniżej parownika,
- *wirujące rury ciepłe*, w których transport kondensatu następuje dzięki działaniu siły odśrodkowej,
- *rury ze strukturami kapilarnymi*, gdzie transport kondensatu następuje w wyniku działania ciśnienia kapilarnego.

W budownictwie swoje zastosowanie znalazły przede wszystkim rury ciepłe ze strukturami kapilarnymi.



Rys. 1. Wymiennik ciepła i kolektor słoneczny z rurami cieplnymi wg [3]
 Fig. 1. Heat exchanger and solar collector with heat pipes by [3]



Rys. 2. Kompozytowy, radiacyjny płaski panel ścienny z rurami cieplnymi wg [4]
 Fig. 2. Composite radiant wall panel with heat pipes by [4]

W budownictwie rury cieplne znalazły zastosowanie przede wszystkim do [5]:

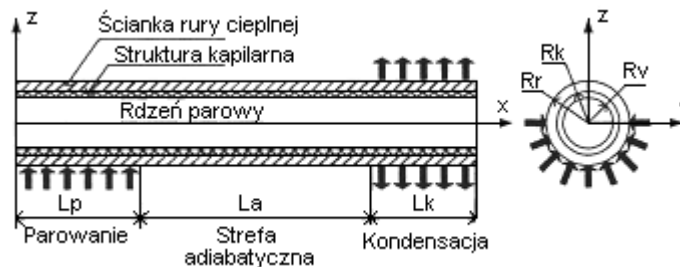
- stabilizacji temperatury gruntu wokół fundamentów i podpór w obszarach arktycznych,
- rozmrażania oblodzonych dróg,
- przygotowania ciepłej wody użytkowej w wymiennikach ciepła (rys. 1),
- akumulacji energii słonecznej w kolektorach słonecznych (rys. 1),

- ogrzewania ściennego i podłogowego,
- podgrzewania powietrza wentylacyjnego w połączeniu z ekologicznymi źródłami energii (rys. 2).

3. Równania bilansowe

Rurka cieplna ze strukturą kapilarną składa się z trzech stref (patrz rys. 3):

- strefy gazowej czyli wewnętrznej przestrzeni rurki, w której poruszają się pary cieczy pracującej,
- strefy cieczy czyli objętości zajętej przez strukturę kapilarną wewnątrz porów której migruje kondensat cieczy pracującej,
- strefy ciała stałego, czyli ścian rurki, w której nie występuje przepływ masy a jedynie przepływ ciepła.



Rys. 3. Schemat rurki cieplnej kolektora słonecznego ze strukturą kapilarną [2]

Fig. 3. Scheme of solar collector heat pipe with capillary structure [2]

W *strefie gazowej* mamy do czynienia z parami cieczy pracującej, czyli z układem jednofazowym i jednoskładnikowym, stąd równania bilansowe mają postać:

- bilans masy pary cieczy pracującej

$$\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_v \mathbf{v}_v), \quad (1)$$

- bilans pędu fazy gazowej przy pominięciu wpływu sił masowych

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_v \mathbf{v}_v) = -\nabla \cdot (\rho_v \mathbf{v}_v \mathbf{v}_v) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2)$$

przy założeniu, że faza gazowa jest płynem newtonowskim możemy napisać [6]

$$\boldsymbol{\sigma} = \mu_v (\nabla \mathbf{v}_v + \mathbf{v}_v \nabla) - (p_v - \gamma_v \nabla \cdot \mathbf{v}_v) \mathbf{I}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_v \mathbf{v}_v) = -\nabla \cdot (\rho_v \mathbf{v}_v \mathbf{v}_v) - \nabla p_v + \mu_v \nabla^2 \mathbf{v}_v, \quad (4)$$

gdzie przyjęto, że człon $(\gamma_v + \mu_v) \nabla \nabla \cdot \mathbf{v}_v$ ma pomijalne znaczenie, a ciśnienie fazy gazowej można otrzymać z równania stanu gazu doskonałego

$$p_v = \rho_v R_v T, \quad (5)$$

- bilans energii

$$\rho_v c_{wv} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot (\rho_v \mathbf{v}_v h_v), \quad (6)$$

$$\mathbf{q} = -\lambda_v \nabla \Theta, \quad h_v = h_v^o + c_{wv} \Theta, \quad \Theta = T - T_o, \quad (7)$$

$$\rho_v c_{wv} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \lambda_v \nabla^2 \Theta - \nabla \cdot (\rho_v c_{wv} \Theta \mathbf{v}_v). \quad (8)$$

W strefie cieczy występują dwa składniki w różnych fazach, a mianowicie porowata faza stała oraz wypełniająca jej pory ciecz pracująca. Przyjmiemy, że obszarem bilansowania będzie tutaj obszar porów a więc zawężymy nasze rozważania do jednofazowego układu jednoskładnikowego. Równania bilansowe sprowadzą się więc do postaci:

- bilans masy cieczy pracującej

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_l \mathbf{v}_l), \quad (9)$$

przy założeniu, że ciecz jest nieściśliwa ($\rho_l = const.$) otrzymamy

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_l = 0, \quad (10)$$

- bilans pędu przy założeniu, że ciecz jest płynem newtonowskim oraz że siła gravitacji ma pomijalne znaczenie

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_l \mathbf{v}_l) = -\nabla \cdot (\rho_l \mathbf{v}_l \mathbf{v}_l) - \nabla p_l + \mu_l \nabla^2 \mathbf{v}_l, \quad (11)$$

przy założeniu, że ciecz jest nieściśliwa otrzymamy

$$\rho_l \frac{\partial \mathbf{v}_l}{\partial t} = -\nabla p_l, \quad (12)$$

Ciśnienie w cieczy pracującej wynosi [1]

$$p_l = p_{l0} - p_c = p_{l0} - \frac{2\sigma \cos \varphi}{r_p} - \frac{A}{\delta^3}, \quad (13)$$

gdzie r_p jest wymiarem charakterystycznym struktury kapilarnej (dla rowków równym ich szerokości, dla siatek równym połowie odstępów między drutami), natomiast A stałą Hamakera równą na przykład dla wody $4,38 \cdot 10^{-20}$ J, dla amoniaku $2 \cdot 10^{-21}$ J,

- bilans energii układu dwufazowego ciało porowate-ciecz

$$\rho_m c_{wm} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q}, \quad (14)$$

$$\rho_m = \varepsilon \rho_l + (1 - \varepsilon) \rho_{cp}, \quad c_{wm} = \varepsilon c_{wl} + (1 - \varepsilon) c_{wcp}, \quad (15)$$

$$\mathbf{q} = -\lambda_m \nabla \Theta \quad \text{gdzie} \quad \lambda_m = \varepsilon \lambda_l + (1 - \varepsilon) \lambda_{cp}, \quad (16)$$

$$\rho_m c_{wm} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \lambda_m \nabla^2 \Theta. \quad (17)$$

W ściankach rury cieplnej mamy do czynienia jedynie z kondukcyjnym transportem ciepła stąd bilans energii dla ścianek ma postać

$$\rho_s c_{ws} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\lambda_s \nabla^2 \Theta. \quad (18)$$

4. Warunki brzegowe

Na granicy obszaru gazowego i mokrego w strefie parownika i kondensatora dochodzi do przemiany fazowej, której szybkość określić można przy wykorzystaniu teorii kinetycznej gazów. Na jej podstawie strumień parującej cieczy dany jest wzorem [2]

$$j_{ev} = \left(\frac{M}{2\pi\lambda_v T_{lv}} \right)^{\frac{1}{2}} (p_s(T_{lv}) - p_v). \quad (19)$$

gdzie M masą molową, a T_{lv} temperaturą powierzchni międzyfazowej cieczi-para (temperaturą przemiany fazowej).

Strumień parowania i kondensacji można także obliczyć ze wzoru

$$j_{ev} = j_{con} = \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}}{h_{lv}} = -\frac{(\lambda_l \nabla \Theta) \cdot \mathbf{n}}{h_{lv}}, \quad (20)$$

natomiast temperaturę przemiany fazowej ze wzoru Clausiusa-Clapyrona postaci [1]

$$\frac{dp_v}{dT} = \frac{h_{lv} p_v}{RT^2} \Rightarrow T_{lv} = T_v \left(1 + \frac{\Delta p_v}{\rho_v h_{lv}} \right). \quad (21)$$

Ze względu na występującą przemianę fazową warunki ciągłości strumieni masy i energii na powierzchni rozdziału faz będą miały postać:

- w strefie parownika

$$\varepsilon \rho_l \mathbf{v}_l \cdot \mathbf{n} = \rho_v \mathbf{v}_v \cdot \mathbf{n} + j_{ev}, \quad (22)$$

$$-\lambda_m \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{n}} = -\lambda_v \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{n}} + j_{ev} h_{vl}, \quad (23)$$

- w strefie kondensatora

$$\varepsilon \rho_l \mathbf{v}_l \cdot \mathbf{n} + j_{con} = \rho_v \mathbf{v}_v \cdot \mathbf{n}, \quad (24)$$

$$-\lambda_m \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{n}} + j_{con} h_{vl} = -\lambda_v \frac{\partial \Theta}{\partial \mathbf{n}}. \quad (25)$$

Oznaczenia symboli

- A – stała Hamakera równa, Hamaker constant, [J],
- \mathbf{I} – tensor jednostkowy, unitary tensor, [-],
- M – masa molowa, molar mass, [kg],
- R_v – stała gazowa pary wodnej, gaseous constant of water vapour, [J/(kg K)],
- T – temperatura bezwzględna, absolute temperature, [K],
- T_{lv} – temperatura przemiany fazowej cieczi-para, temperature of phase change liquid-vapour, [K],
- T_o – temperatura odniesienia, reference temperature of phase change liquid-vapour, [K],
- cp – struktura kapilarna, capillary structure,
- c_w – ciepło właściwe, specific heat, [J/(kg K)],
- h – entalpia właściwa, specific enthalpy, [J/kg],
- h^o – entalpia właściwa stanu odniesienia, specific enthalpy of reference state, [J/kg],
- j_{con} – gęstość strumienia kondensującej pary, density of condensing vapour flux, [kg/(m² s)],

- j_{ev} – gęstość strumienia parującej cieczy, density of evaporating liquid flux, [kg/(m² s)],
 l – ciecz, liquid,
 m – układ dwufazowy struktura kapilarna-ciecz, diphas system capillary structure-liquid,
 \mathbf{n} – wektor normalny, normal vector, [-],
 p – ciśnienie, pressure, [Pa],
 s – ciało stałe (ścianki rury), nasycony, solid body (wall of pipe), saturated,
 \mathbf{v} – wektor prędkości, vector of velocity, [m/s],
 v – para, vapour,
 Θ – temperatura względna, relative temperature, [°C],
 δ – grubość filmu cieczy, thickness of liquid film, [m],
 ε – porowatość, porosity, [-],
 φ – kąt zwilżania, wetting angle, [rad],
 γ – stała materiałowa, material constant, [kg/(m s)],
 λ – współczynnik przewodności cieplnej, coefficient of thermal conduction, [W/(m K)],
 μ – współczynnik lepkości dynamicznej, coefficient of dynamic viscosity, [kg/(m s)],
 ρ – gęstość, density, [kg/m³],
 $\boldsymbol{\sigma}$ – tensor naprężenia, stress tensor, [Pa],
 σ – napięcie powierzchniowe, surface tension, [N/m].

Literatura

- [1] Ma H.B., Cheng P., Borgmeyer B., Wang Y.X.: Fluid flow and Heat transfer in the evaporating thin film region, *Microfluidics and Nanofluidics*, 4, 2008, p. 237-243.
- [2] Mehta R.C., Jayachandran T.: Numerical analysis of transient two phase flow in heat pipe, *Heat and Mass Transfer*, 31, 1996, p. 383-386.
- [3] Abu-Zour A.M., Riffat S.B., Gillott M.: New design of solar collector integrated into solar louvers for efficient heat transfer, *Applied Thermal Engineering*, 26, 2006, p. 1876-1882.
- [4] B.I. Kilkis: Cost optimization of a hybrid HVAC system with composite radiant wall panel, *Applied Thermal Engineering*, 26, 2006, p. 10-17.
- [5] Wiśniewski T.S.: Wymiana ciepła, wydanie III, WNT, Warszawa, 1995.
- [6] Wyrwał J.: Ruch wilgoci w porowatych materiałach i przegrodach budowlanych, *Studia i Monografie*, z. 31, WSI w Opolu, Opole, 1989.

MATHEMATICAL-PHYSICAL MODEL OF HEAT PIPE WITH CAPILLARY STRUCTURE

Summary

In this work one described the functioning mechanism of heat pipe with capillary structure and one given types of heat pipes and their directions for use in building. Following one presented mathematical-physical model of heat pipe with capillary structure including balance equations of heat and mass for particular pipe zones (phases) together with physical equations and boundary conditions.