

SZACOWANIE USZKODZEŃ KONSTRUKCJI

Jan KUBIK, Joachim RZEPKA
Politechnika Opolska, Opole

W pracy podamy sposób oceny uszkodzeń konstrukcji z wykorzystaniem czujników z folii piezoelektrycznej. Ocena polegać będzie na porównaniu zmian pola elektrycznego w czujnikach wywołanego tymi samymi obciążeniami w konstrukcji nieuszkodzonej (na początku eksploatacji) oraz w trakcie eksploatacji, kiedy narastają uszkodzenia materiału konstrukcji. Korzystamy tu z twierdzenia o wzajemności dla teorii naprężeń piezoelektrycznych lub symetrii z równań elektrycznych. Bardziej korzystne jest wyznaczenie tego parametru przy znajomości tylko pierwotnego pola odkształceń u'_i i ε'_{ij} , dystorsji ε_{ij}^0 oraz pomiaru zmian pól elektrycznych, czyli ten drugi przypadek.

1. Symetria równań piezoelektryczności

Badamy symetrię równań elektrycznych, wyznaczając parametr uszkodzenia λ przy znajomości tylko pierwotnego pola odkształceń u'_i i ε'_{ij} oraz pomiaru zmian pól elektrycznych. Analizuje się w tym przypadku równania elektryczne na indukcję D_i z uwzględnieniem odkształceń ε_{ij} oraz pola dystorsji ε_{ij}^0 wywołanego wilgocią. Wektor indukcji elektrycznej D_i dany jest równaniem

$$D_i = -h_{ijk}(\varepsilon_{jk} - \varepsilon_{jk}^0) \frac{1}{1-\lambda} - g_{ij}E_j. \quad (1)$$

Uwzględnia on wpływ uszkodzeń mechanicznych $(1-\lambda)^{-1}$, odkształceń $\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^0$ i pola elektrycznego E_j . Parametr λ jest tutaj skalarowym parametrem uszkodzenia.

Z równania (1) wynika następująca relacja symetrii równań na indukcję elektryczną D_i :

$$\begin{aligned} D_i E'_i &= \left(-h_{ijk}(\varepsilon_{jk} - \varepsilon_{jk}^0) \frac{1}{1-\lambda} - g_{ij}E_j \right) E'_i, \\ D'_i E_i &= \left(-h_{ijk}(\varepsilon'_{jk} - \varepsilon_{jk}^0) \frac{1}{1-\lambda'} - g_{ij}E'_j \right) E_i. \end{aligned} \quad (2)$$

Po scałkowaniu otrzymamy

$$\int_V h_{ijk} \left((\varepsilon_{jk} - \varepsilon_{jk}^0) \frac{1}{1-\lambda} E_i' - (\varepsilon_{jk}' - \varepsilon_{jk}'^0) \frac{1}{1-\lambda'} \right) dV = \int_V (D_i E_i' - D_i' E_i) dV. \quad (3)$$

W podanych poprzednio równaniach symbolami σ_{ij} , ε_{ij} , ε_{ij}^0 , λ , D_k , E_k , E_{ijkl} , h_{ijk} , g_{ij} , V , A , x_i , t oznaczono kolejno naprężenia, odkształcenia, odkształcenia dystorsyjne, skalarowy parametr uszkodzenia materiału, indukcja i pole elektryczne, tensory funkcji materiałowych piezoelektryków, objętość i powierzchnia ośrodka, współrzędna ośrodka i czas.

2. Ocena uszkodzenia

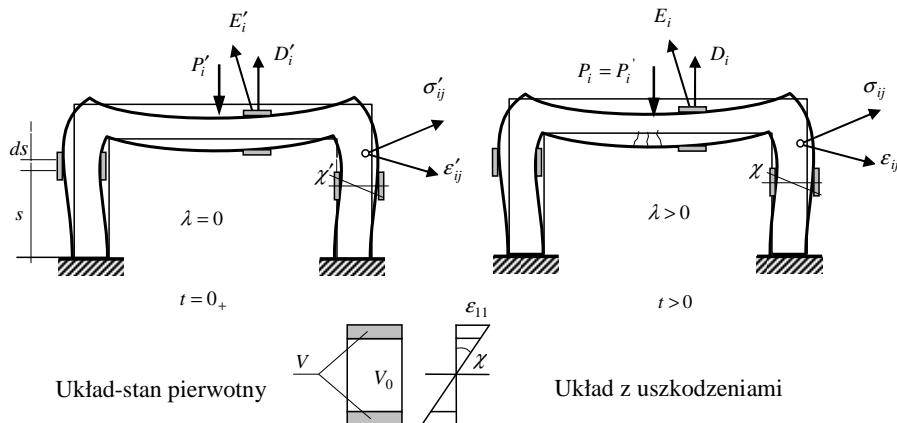
Analizujemy tu konstrukcję na *początku eksploatacji* ($\lambda' = 0$ i *po pewnym okresie* ($\lambda > 0$), kiedy $\lambda > 0$). Z równania (3) przy znajomości pierwotnego pola odkształceń otrzymamy poszukiwaną zależność

$$\int_V h_{ijk} E_k (\varepsilon_{ij}' - \varepsilon_{ij}'^0) \frac{1}{1-\lambda} dV + \int_A D_i \Phi' n_i dA = \int_V g_{ij} E_i' E_j dV, \quad (4)$$

a stąd

$$(1-\lambda)^{-1} = \left(\int_V g_{ij} E_i' E_j dV - \int_A D_i \Phi' n_i dA \right) \left[\int_V h_{ijk} E_k (\varepsilon_{ij}' - \varepsilon_{ij}'^0) dV \right]^{-1}. \quad (5)$$

Z analizy otrzymanego wzoru wnosimy, że znajomość pierwotnego pola odkształcenia $\varepsilon_{ij}'(t=0_+)$, dystorsji $\varepsilon_{ij}'^0$, pola elektrycznego $E_i(t=0_+)$ oraz odkształceń $\varepsilon_{ij}(t)$ i pola elektrycznego $E_i(t)$ pozwala na oszacowanie parametru uszkodzenia λ . Rezultat ten pozwala szacować uszkodzenia w miejscach przyłożenia czujników z materiałów piezoelektrycznych lub elektrostrykcyjnych.



Rys. 1. Konstrukcja w stanie pierwotnym i w czasie eksploatacji z wyszczególnieniem pól odkształceń, naprężeń oraz pól elektrycznych

Fig. 1. A structure in the initial state and during exploitation with the specification of strain, stress and electrical fields

W praktycznych rozważaniach dotyczących układów prętowych przyjmujemy, iż w przekroju występuje jedynie zginanie, tj. $\varepsilon_{ij} \Rightarrow \varepsilon_{11} = \chi x_3$ i $\varepsilon'_{11} = \chi' x_3$ gdzie χ i χ' jest aktualnym i początkowym rozkładem krzywizn prętów konstrukcji. Wprowadzając je do rozważań otrzymamy odpowiednio

$$\int_V h_{ijk} E'_k (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^0) dV = \int_s \int_F h_{ijk} E'_k (\chi - \chi_0) x_3 dF ds = \int_s (h_{111} E'_1 + h_{112} E'_2 + h_{113} E'_3) (\chi - \chi_0) S ds. \quad (6)$$

Podstawiając otrzymane wyrażenie do (6) uzyskamy

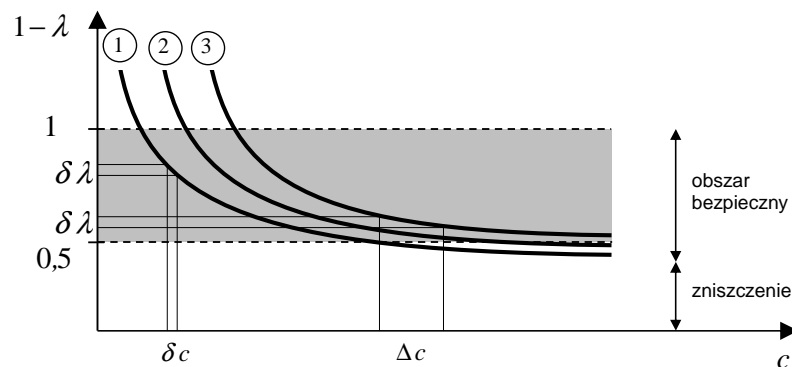
$$\lambda = 1 - \frac{\int_s g_{ij} E'_i E'_j F ds + \int_s D_i E'_i F ds}{\int_s (h_{111} E'_1 + h_{112} E'_2 + h_{113} E'_3) (\chi - \chi_0) S ds}, \quad (7)$$

Wyrażenie (7) sprowadzamy do postaci bezwymiarowej dzieląc je przez

$$\int_s D_3 E'_3 F ds. \quad (8)$$

Możemy teraz przedstawić na wykresie zależność parametru uszkodzenia λ od wielkości bezwymiarowej c danej równaniem

$$c = \frac{\int_s h_{113} E'_3 (\chi - \chi_0) ds}{\int_s D_3 E'_3 F ds} [-]. \quad (9)$$



Rys. 2. Zależność parametru uszkodzenia λ od wielkości bezwymiarowej c
Fig. 2. Relation between damage parametr λ and dimensionless quantity c

Z rysunku 3 wynika, że dla małej wartości przyrostu wielkości niemianowanej δc możemy dokładnie oszacować zmiany parametru uszkodzenia λ – jest to przedział, w którym przyjęta metoda pomiaru osiąga dobre rezultaty (krzywa 1).

Natomiast dla dużej wartości przyrostu wielkości niemianowanej Δc dokładne określenie zmiany parametru uszkodzenia λ jest niemożliwe – jest to przedział, w którym przyjęta metoda pomiarowa jest niewłaściwa (krzywa 3).

Na rysunku przyjęto arbitralnie, że dla wartości parametru uszkodzenia $\lambda \leq 0,5$ występuje obszar bezpiecznej pracy konstrukcji, po przekroczeniu tej wartości $\lambda > 0,5$ następuje niebezpieczne uszkodzenie materiału konstrukcyjnego

Literatura

- [1] Gady W.G., Piezoelectricity, Pergamon Press, New York 1956.
- [2] Nowacki W., Efekty elektromagnetyczne w stałych ciałach odkształcalnych, PWN Warszawa 1983.
- [3] Parton V.Z.: Fracture mechanics for piezoelectric materials, Acta Astronautica v.3 p. 671–683, 1978.
- [4] Tiersten F.: Linear piezoelectric plane vibrations, Pergamon Press, New York, 1968

DAMAGE ESTIMATION OF STRUCTURES

Summary

A system structure–piezoelectric sensor is analyzed in the paper. One gives equations describing piezoelectric effect occurring in the stratified construction, which is composed of structural and piezoelectric layers. The piezoelectric elements are considered here as a sensors determining value of damage parameter in the structural layers.

Thanks to the symmetry analysis of these equations, the damage estimation in material of structural layers is possible.