

## MODELOWANIE EFEKTYWNEGO PRZEWODZENIA CIEPŁA W MATERIALE Z MIKROSPEKANAMI

Zbigniew PERKOWSKI  
Politechnika Opolska, Opole

### 1. Wprowadzenie

W materiałach kruchych, stosowanych w inżynierii lądowej, właściwe nie można uniknąć występowania wstępnych mikrodefektów ich struktury, które najczęściej są konsekwencją, nie dających się wyeliminować, ograniczeń technologii ich wytwarzania. Np. w betonie podczas wiązania, w matrycy cementowej na skutek jej skurczu i innej rozszerzalności termicznej w stosunku do kruszywa, powstają mikrozarzysowania [4,6]. Te początkowe defekty przy względnie małych obciążeniach nie ulegają wzrostowi. Z kolei, w stanach bliskich spełnienia kryterium wytrzymałości materiału rozwijają się intensywnie i finalnie łączą się, tworząc często widoczne gołym okiem pęknięcia. W skrajnych sytuacjach ten ostatni przypadek na poziomie konstrukcji oznacza awarię. W stanach pośrednich obciążeń mikrorysy w materiałach rozwijają się stabilnie, jednak wtedy często nie dostarczają użytkownikowi obiektu informacji o postępującej „po cichu” degradacji. Z drugiej strony, tylko wtedy istnieje szansa na bezpieczne i w miarę tanie przeciwstawienie się często poważnym konsekwencjom, wynikającym z postępującego uszkodzenia obiektu. Dlatego umiejętność ilościowego określenia, jak bardzo zmienia się pod wpływem wzrostu mikrouszkodzeń jakaś „łatwo” mierzalna technikami nieinwazyjnymi wielkość, charakteryzująca dowolne fizyczne właściwości całej konstrukcji lub jej części, jest ważna z praktycznego punktu widzenia. Sytuacja taka daje bowiem podstawy do sensownego opracowania dogodnych sposobów diagnozowania stanu konstrukcji inżynierskich, bądź ich elementów jeszcze w sytuacji, kiedy rozwój uszkodzeń nie zagraża bezpośrednio bezpieczeństwu ich użytkowników. Oczywiście, im większy wpływ uszkodzeń na zmiany takiej wielkości fizycznej, tym większe możliwości potencjalnego wykorzystania jej pomiarów w diagnostyce.

Kierując się omówionymi przesłankami, w pracy przedstawiono prosty sposób określania efektywnej przewodności cieplnej materiału z kruchymi mikrouszkodzeniami struktury przy wykorzystaniu znanych w literaturze modeli równoważnych przewodników ciepła – szeregowego i równoległego (np. [7]). Wyprowadzone relacje dają bezpośrednią możliwość wykorzystania odpowiednich pomiarów cieplnych w nieinwazyjnych badaniach stanu materiału lub konstrukcji.

W prezentowanym podejściu wykorzystano następujące założenie upraszczające: rzeczywisty materiał złożony jest z dwóch faz o znanych z osobna właściwościach

cieplnych – tj. matrycy materiału (w stanie nieuszkodzonym) i płynu wypełniającego spękania matrycy.

## 2. Transport ciepła w mikroszczelinach

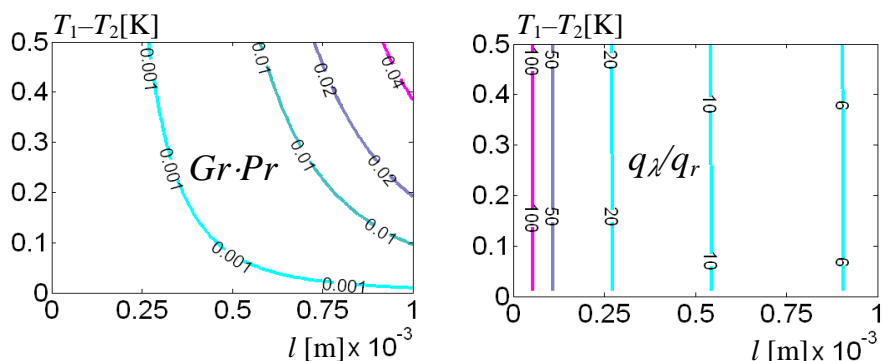
Z uwagi na fakt, że wykorzystane w dalszej części pracy modele efektywnych przewodników ciepła ujmują tylko jego przewodzenie i będą one odniesione do materiału dwufazowego, z których jedna faza jest płynem, to wstępne rozważania pracy poświęcone zostaną ocenie tego, czy zjawisko transportu ciepła przez konwekcję i promieniowanie w tej fazie może zostać pominięte.

W przypadku konwekcji jej udział w całkowitym transporcie ciepła można ocenić, badając wartość iloczynu liczb podobieństwa Grasshoffa i Prandtla ( $Gr \cdot Pr$ ) (np. [5])

$$Gr \cdot Pr = \frac{\alpha_{Tp} g l^3 (T_1 - T_2)}{\nu_p a_p} \quad (\text{przy czym } T_1 > T_2), \quad (1)$$

gdzie:  $g$  – przyspieszenie ziemskie;  $\alpha_{Tp}, a_p, \nu_p$  – współczynnik rozszerzalności cieplnej, dyfuzyjność cieplna i lepkość kinematyczna płynu w szczelinie;  $l$  – grubość szczeliny;  $T_1, T_2$  – temperatury naprzeciwległych ścianek szczeliny. Jeśli iloczyn ten jest mniejszy od 2000, uznaje się, że konwekcja nie zachodzi. Z kolei, jeśli oceniać udział wymiany ciepła przez promieniowanie, to można to uczynić, podając, jaki jest stosunek gęstości strumieni ciepła w szczelinie na drodze przewodzenia ( $q_\lambda$ ) i radiacji ( $q_r$ ). Zakładając w przybliżeniu liniowy rozkład temperatury po jej grubości przy szacowaniu strumienia przewodzenia i prawo dotyczące natężenia promieniowania ciał szarych (np. [5]), stosunek ten wyraża się następująco

$$\frac{q_\lambda}{q_r} = \left( \lambda_p \frac{(T_1 - T_2)}{l} \right) : \left( \varepsilon_{1-2} C_0 \rho_{1-2} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \right), \quad (2)$$



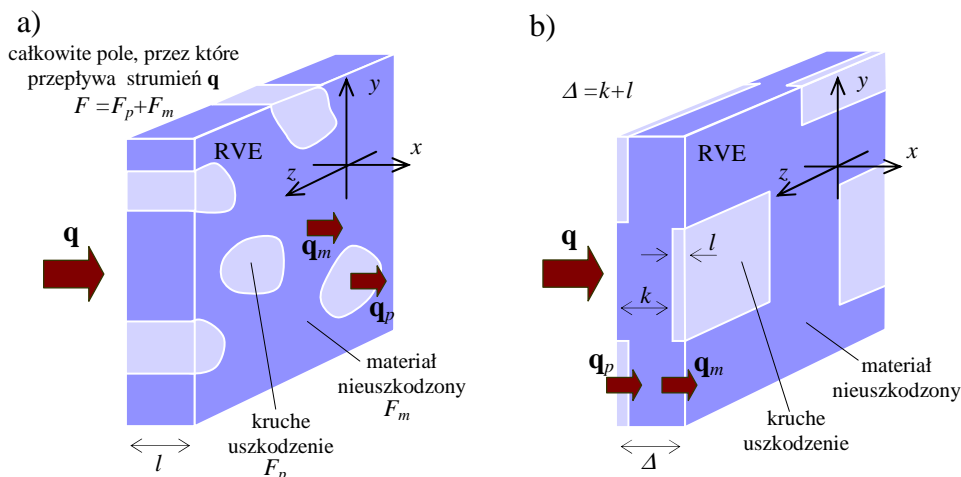
Rys. 1 Iloczyn  $Gr \cdot Pr$  i stosunek strumieni ciepła  $q_\lambda/q_r$ , w zależności od grubości szczeliny  $l$  i różnicy temperatur  $T_1 - T_2$  pomiędzy ściankami szczeliny.

Fig. 1 The product  $Gr \cdot Pr$  and the ratio of heat fluxes  $q_\lambda/q_r$ , in the dependence from the thickness of crack  $l$  and the difference of temperatures  $T_1 - T_2$  between the walls of crack.

gdzie:  $\lambda_p$  – współczynnik przewodności cieplnej płynu w szczelinie;  $\varepsilon_{1-2}$ ,  $\varphi_{1-2}$  – emisyjność zastępcza i współczynnik konfiguracji układu naprzeciwległych ścianek szczeliny (w analizowanym przypadku można przyjąć  $\varphi_{1-2}=1$ );  $C_0$  – współczynnik promieniowania ciała czarnego równy  $5.77\text{W/m}^2\cdot\text{K}^4$ . Przykładowo, w przypadku szczelin pomiędzy ściankami z betonu wypełnionych powietrzem w temperaturze średnio  $20^\circ\text{C}$  o grubości do  $1\text{mm}$  i różnicy temperatur pomiędzy ściankami do  $0.5\text{K}$  uzyskane wykresy  $Gr\cdot Pr$  i  $q_\lambda/q_r$  przedstawiono na rys. 1. Maksymalną grubość i różnicę temperatur przyjęto, jako znacznie przekraczające te, spotykane w typowych mikroszczelinach. Można zauważyć, że w podanych zakresach zmienności  $l$  i  $T_1-T_2$  iloczyn  $Gr\cdot Pr$  jest minimalnie ok. 5 rzędów mniejszy od wartości granicznej, wyznaczającej początek zakresu wymiany konwekcyjnej a gęstość strumienia  $q_\lambda$  jest minimum ok. rząd większa od  $q_r$ . W przypadku wypełnienia szczelin wodą wpływ konwekcji i promieniowania na proces będzie jeszcze mniejszy. Oszacowania takie pozwalają na pominięcie mechanizmów konwekcji i promieniowania ciepła, zachodzących w mikroszczelinach w strukturze typowych, porowatych materiałów budowlanych.

### 3. Model szeregowy i równoległy dwufazowych przewodników cieplnych w odniesieniu do materiałów z kruchymi uszkodzeniami

Rozpatrzmy elementy objętości materiału z kruchymi uszkodzeniami struktury o schematach jak na rys. 2ab, które są reprezentatywne dla tego materiału odpowiednio przy stosowaniu równoległego i szeregowego modelu równoważnego przewodnika ciepła. Załóżmy, że w elementach tych zachodzi ustalony przepływ ciepła w kierunku osi  $x$ . Na elementach kolorem jaśniejszym zaznaczono mikronieciągłości (uszkodzenia) w fazie stałej materiału, którą z kolei oznaczono kolorem ciemniejszym.



Rys. 2 Schematy reprezentatywnych elementów objętości materiału z kruchymi uszkodzeniami struktury w przypadku modeli równoważnych przewodników ciepła:  
 a) równoległego, b) szeregowego.

Fig. 2 The schemes of representative volume elements for material with brittle damaged structure in the cases of equivalent models of thermal conductors:  
 a) parallel, b) series.

Warto zauważyć, że sposoby obierania rozmiarów tych elementów muszą być są odmienne w przypadku dwóch analizowanych modeli z uwagi na różne zasady równoważności przyjęte przy ich formułowaniu. Mianowicie w przypadku modelu równoległego jest to przyjęcie, że suma strumieni ciepła przewodzona przez spękanie i lity materiał równa się strumieniowi z całej powierzchni elementu, skąd mamy:

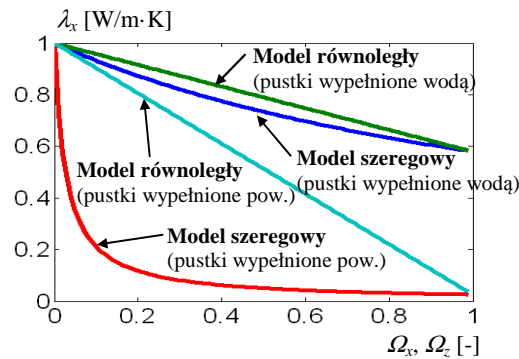
$$\mathbf{q}F = \mathbf{q}_p F_p + \mathbf{q}_m F_m \rightarrow \lambda_x = \lambda_m \left[ 1 + \frac{F_p}{F} \left( \frac{\lambda_p}{\lambda_m} - 1 \right) \right], \quad (3)$$

gdzie:  $\lambda_x, \lambda_m, \lambda_p$  – współczynniki przewodzenia ciepła odpowiednio dla: całego elementu efektywnie w kierunku osi  $x$ , litego materiału i płynu wypełniającego pęknięcie;  $\mathbf{q}, \mathbf{q}_m, \mathbf{q}_p$  – wektory średnich gęstości strumieni ciepła na: powierzchni całkowitej elementu  $F$ , sumarycznej powierzchni litego materiału  $F_m$  i pęknięcia  $F_p$ . Z kolei w przypadku modelu szeregowego musi zachodzić równość pomiędzy poszczególnymi wektorami gęstości strumieniami ciepła, co daje, że:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_p = \mathbf{q}_m \rightarrow \lambda_x = \lambda_m \left[ 1 + \frac{l}{\Delta} \left( \frac{\lambda_m}{\lambda_p} - 1 \right) \right]^{-1}, \quad (4)$$

gdzie  $l$  i  $\Delta$  mają znaczenie, jak na rys. 2. Warto zauważyć, że zgodnie z rys. 2 ilorazy  $F_p/F$  i  $l/\Delta$  odpowiadałyby wg definicji składowym głównym tensora uszkodzeń drugiego rzędu  $\Omega$  [3] odpowiednio w kierunku osi  $x$  i  $z$  w przypadku, kiedy osie  $xyz$  pokrywałyby się z kierunkami głównymi tensora naprężeń i kiedy to naprężenia byłyby bezpośrednią przyczyną ewolucji mikrospekna. Wówczas wzory na  $\lambda_x$  przedstawiałyby się następująco:

$$\lambda_x = \lambda_m \left[ 1 + \Omega_x \left( \frac{\lambda_p}{\lambda_m} - 1 \right) \right], \quad \lambda_x = \lambda_m \left[ 1 + \Omega_z \left( \frac{\lambda_m}{\lambda_p} - 1 \right) \right]^{-1}. \quad (5)$$



Rys. 3 Efektywny współczynnik przewodności cieplnej wg modelu szeregowego i równoległego w funkcji stopnia kruchego uszkodzenia materiału wyrażonego przez wartości główne tensora uszkodzenia drugiego rzędu.

Fig. 3 Effective thermal conductivity according to the series and parallel models in function of brittle damage level expressed by principal values of the damage tensor of rank two.

Wzory (5) dają podstawę do sprzęgnięcia zagadnień transportu ciepła i mechaniki uszkodzeń (np. wg [1]) a ponadto, jak zaznaczono we wstępie, w przypadku stosowania metod bezinwazyjnych pomiarów przewodności cieplnej do łatwej diagnostyki stanu technicznego materiałów inżynierskich i elementów konstrukcji. Warto także zauważyć, że mikrospeknięcia w ośrodkach kruchych, które narastają przede wszystkim w kierunkach prostopadłych do kierunku naprężeń głównych rozciągających, przyczyniając się do rozwoju anizotropii sztywności materiału (np. [2]), wywołają także anizotropię przewodności cieplnej (np. [1]) w każdym przypadku obciążenia innym niż hydrostatyczne ściskanie/rozciąganie ciała. Skala efektu będzie też inna, jeśli materiał będzie w stanie suchym lub wilgotnym. Stąd, w celach poglądowych, zależności (5) na współczynnik  $\lambda_x$  przedstawiono w przypadku wypełnienia spękań materiału w całości powietrzem lub wodą w funkcji wartości głównych tensora uszkodzenia  $\Omega_x$  lub  $\Omega_z$ . Przykładowo wartości przewodności powietrza i wody przyjęto przy temperaturze 20°C (0,026 i 0,58W/m·K) a przewodność litego materiału równą 1W/m·K.

Na podstawie wykresu z rys. 3 można wywnioskować, że efekt zmiany przewodności cieplnej materiału w rezultacie narastających w nim spękań jest szczególnie silny w materiale suchym i w kierunku prostopadłym do powierzchni spękań i mniejszy w kierunku równoległym do spękań. W przypadku materiału zawilgoconego efekt ten jest znacznie słabszy, niż w przypadku materiału suchego, z uwagi na oczywisty fakt większej przewodności wody w stosunku do powietrza w spękaniach. Spadek zdolności do przewodzenia ciepła niezależnie od ukierunkowania względem powierzchni spękań jest jednak wtedy zbliżony.

#### 4. Podsumowanie

W artykule wykazano przy wykorzystaniu klasycznych modeli równoważnych przewodników ciepła, że spadek współczynnika przewodności cieplnej materiału w wyniku narastania w nim mikrospekkań jest znaczny na kierunku prostopadłym do powierzchni tych spękań w sytuacji, kiedy są one wypełnione powietrzem. Np. przy udziale zaledwie na poziomie 0.02 tak rozumianych uszkodzeń materiału, w bezwymiarowej skali od 0 do 1, spadek przewodności sięga już ok. 25% w stosunku do wartości tej wielkości dla materiału bez uszkodzeń (rys. 3). Fakt ten daje potencjalnie duże możliwości w nieinwazyjnym badaniu stopnia kruchych uszkodzeń materiałów inżynierskich i elementów konstrukcyjnych na podstawie pomiarów cieplnych. Przedstawione oszacowania zmian efektywnej przewodności cieplnej w oparciu o model równoległy i szeregowy można odpowiednio traktować jako dolne i górne ograniczenie możliwych do uzyskania wartości przy danym stopniu uszkodzenia materiału, wyrażonym wartościami głównymi tensora  $\Omega$ . Przedstawione badania teoretyczne wymagają dalszych prac eksperymentalnych, w których zmiany przewodności cieplnej oceniane będą w powiązaniu z badaniami mikrostrukturalnymi rzeczywistych materiałów, np. przy wykorzystaniu badań stereometrycznych (np. [6]).

#### Oznaczenia symboli

- $a$  - dyfuzyjność cieplna, thermal diffusivity, [m<sup>2</sup>/s],
- $l$  - grubość pęknięcia, thickness of crack, [m],
- $\mathbf{q}$  - wektor gęstości strumienia ciepła, heat flux density vector, [W/m<sup>2</sup>],

- $Gr$  - liczba Grasshoffa, Grasshoff number, [-],  
 $Pr$  - liczba Prandtla, Prandtl number, [-],  
 $T$  - temperatura, temperature, [K],  
 $\alpha_T$  - współczynnik rozszerzalności termicznej,  
 coefficient of thermal expansion, [1/K],  
 $\lambda$  - przewodność cieplna, thermal conductivity, [W/m·K],  
 $\nu$  - współczynnik lepkości kinematycznej, coefficient of kinematic viscosity, [m<sup>2</sup>/s],  
 $\Omega$  - tensor uszkodzenia drugiego rzędu, damage tensor of rank two, [-],  
 $(\dots)_m$  - wielkości związane z nieuszkodzoną matrycą materiału,  
 quantities related with not damaged matrix of material,  
 $(\dots)_p$  - wielkości związane z płynem wypełniającym spękania materiału,  
 quantities related with fluid filling cracks in material,

### Literatura

- [1] Ganczarski A., Skrzypek J.J., Concept of thermo-damage coupling in continuum damage mechanics, 2<sup>th</sup> Int. Congress "Thermal Stresses 1995", Rouchester, 1995, 83-86  
 [2] Litewka A., Bogucka J., Dębiński J., Analytical and experimental study of damage induced anisotropy of concrete, Foundations of Civil and Environmental Engineering, 2, 2002, 101-124  
 [3] Murakami S., Ohno N., A continuum theory of creep and creep damage, w: Creep in Structure, Editors: Ponter A.R.S., Hayhurst D.R., 3<sup>rd</sup> IUTAM Symp., Leicester, Springer, Berlin, 1981, 422-443  
 [4] Neville A.M., Właściwości betonu, Polski Cement, Wyd. 4, Kraków, 2000  
 [5] Pogorzelski J.A., Fizyka cieplna budowli, PWN, Warszawa, 1976  
 [6] Prokopski G., Mechanika pękania betonów cementowych, OW Pol. Rzeszowskiej, 2008  
 [7] Wyrwał J., Marynowicz A., Świrska J., Effective thermal conductivity of porous building materials – analysis and verification, Bauphysik, 6, 2008, 431-433

## MODELLING OF EFFECTIVE HEAT CONDUCTION IN MICROCRACKED MATERIAL

### Summary

One employed in the work two classical (parallel and series) models of effective thermal conductors to explain quantitatively changes in thermal conductance of material resulting from brittle microdamage evolution. In order to simplify the problem one neglected convective and radiational heat transport in the microcracks. One showed that these changes were significant in the case of heat transport in the perpendicular direction to the plane of microcracks when the cracks were filled by air (Fig. 3). The effect has potentially serious possibilities in non-invasive diagnostics of engineering brittle materials and elements of structures by means of thermal measurements.