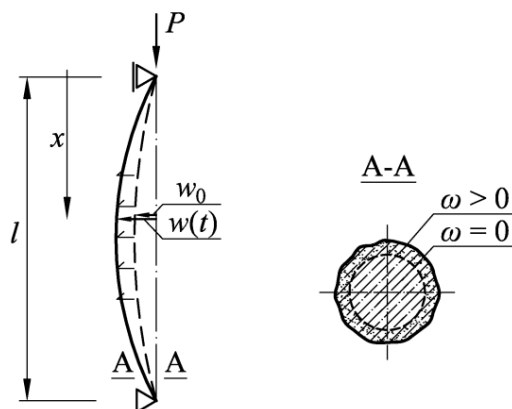


STABILNOŚĆ PRĘTÓW LEPKOSPĘŻYSTYCH Z MIKROUSZKODZENIAMI

Rafał DOMAGAŁA
Politechnika Śląska

1. Wstęp

W pracy podjęto się analizy stabilności słupów żelbetowych, których zewnętrzna warstwa charakteryzuje się uszkodzeniami. W analizie problemu przyjęto, że przekrój w całości oraz każda z jego warstw spełnia wszystkie założenia klasycznej, technicznej teorii zginania prętów prostych oraz, że przekrój poprzeczny analizowanego pręta jest bisymetryczny. Posłużono się modelem warstwowego, statycznie wyznaczalnego pręta, którego przekrój poprzeczny składa się z k warstw o właściwościach lepkospężystych idealnie zespolonych.



Rys. 1 Schemat analizowanej konstrukcji
Fig. 1 The scheme of the analyzed structure

2. Równania problemu

Równania problemu stabilności lepkospężystego pręta z mikrouszkodzeniami wynikają z:

- geometrii deformacji pręta warstwowego

$$\varepsilon^\alpha = \kappa z^\alpha, \quad d\varepsilon^\alpha = d\kappa z^\alpha \quad (1)$$

- równań fizycznych lepkości w warstwie $\alpha = 1, 2, \dots$

$$\sigma^\alpha = E^\alpha (1 - \omega^\alpha) * d\varepsilon^\alpha \quad (2)$$

- sił przekrojowych

$$N = \sum_{\alpha} N^\alpha = \sum_{\alpha} (E^\alpha (1 - \omega^\alpha)) * d\kappa \int_{F^\alpha} z^\alpha dF^\alpha \quad (3)$$

$$M = \sum_{\alpha} M^\alpha = (E^\alpha (1 - \omega^\alpha)) * d\kappa \int_{F^\alpha} (z^\alpha)^2 dF^\alpha \quad (4)$$

- założenia, że działająca na słup siła jest niezmienna w czasie $P = \text{const.}$ oraz, że prędkość rozwoju uszkodzeń jest co najmniej o rząd mniejsza od prędkości deformacji przy pełzaniu $\rightarrow \omega = \text{const.}$

- równań opisujących ugięcie osi słupa i jego krzywizny

$$w = f \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right), \quad \kappa = \frac{d^2 w}{dx^2} = -\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 f \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (5)$$

- założenia, że całkowity moment zginający M powstaje wyłącznie na skutek działania siły osiowej P na mimośrodku wynikającym z ugięcia się pręta w

$$M = Pw \rightarrow M = Pf \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (6)$$

- założenia, że funkcja opisująca strzałkę ugięcia analizowanej konstrukcji przyjmie postać

$$f = f_0 e^{\beta t} \quad (7)$$

- jądro pełzania opisujące zachowanie się materiału w czasie określone zostanie funkcją

$$K^\alpha = \chi^\alpha e^{-\gamma^\alpha \theta} \quad (8)$$

Po uwzględnieniu powyższych równań oraz założeń, dokonując typowych przekształceń i podstawień, otrzymano równość opisującą obszary stabilności słupa pseudowarstwowego w zależności od parametru β

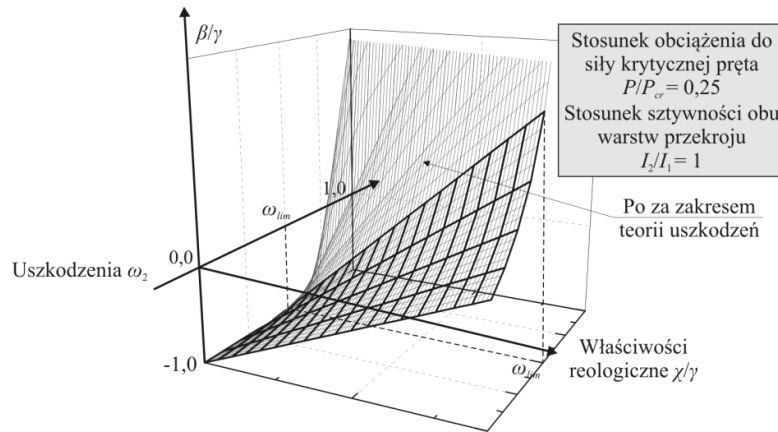
$$\frac{P_{cr}}{P} - 1 = \frac{\chi}{\beta + \gamma} \frac{\sum_{\alpha} I^\alpha (1 - \omega^\alpha)}{\sum_{\alpha} I^\alpha} \quad (9)$$

3. Analiza stabilności

Zakładając, że pręt zostanie podzielony myślowo na dwie warstwy ($k = 2$), z czego pierwsza nie będzie uszkodzona ($\omega_1 = 0$), z równania (9) otrzymano

$$\frac{\beta}{\gamma} = \frac{1 + \frac{I_2}{I_1} (1 - \omega_2)}{1 + \frac{I_2}{I_1}} \frac{\chi}{P} - 1 \quad (10)$$

Na podstawie równania (10) sporządzono wykres (rys. 2) przedstawiający obszary stabilności deformacji pseudowarstwowego pręta lepkosprężystego

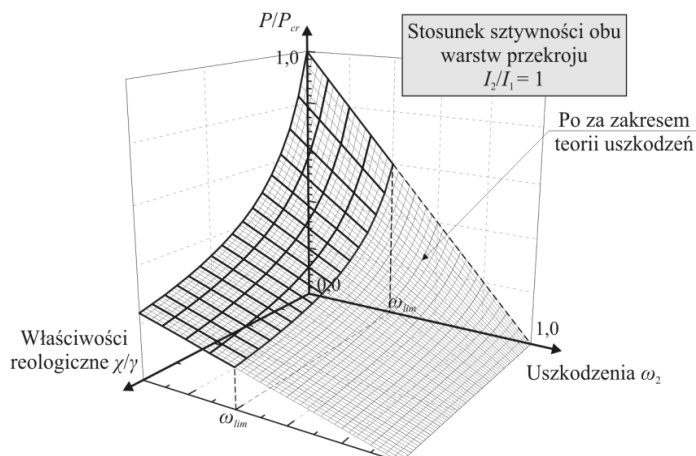


Rys. 2 Wpływ uszkodzenia materiału ω_2 oraz cech materiałowych χ/γ na znak parametru stabilności β słupa dwuwarstwowego o $I_2/I_1 = 1$ i obciążonego siłą $P/P_{cr} = 0,25$

Fig. 2 Effect of material damage ω_2 and material qualities χ/γ as a sign of the stability parameter β two-layered column of $I_2/I_1 = 1$ and forced $P/P_{cr} = 0,25$

Przyjmując, że analizowana konstrukcja jest stabilna, czyli, że parametr $\beta = 0$, z równania (9) otrzymano

$$\frac{P_{cr}}{P} - 1 = \frac{\chi}{\gamma} \frac{1 + \frac{I_2}{I_1}(1 - \omega_2)}{1 + \frac{I_2}{I_1}} \quad (11)$$



Rys. 3 Wpływ uszkodzenia materiału ω_2 oraz cech materiałowych χ/γ na wartość obciążenia P/P_{cr} słupa dwuwarstwowego o stosunku sztywności warstw $I_2/I_1 = 1$

Fig. 3 Effect of material damage ω_0 material qualities χ/γ of the value of the force ratio P/P_{cr} two-layered column of stiffness equal $I_2/I_1 = 1$

Na podstawie równania (11) sporządzono wykres (rys. 3) opisujący wpływ właściwości reologicznych żelbetu χ/γ oraz współczynnika uszkodzenia drugiej warstwy ω_2 na wartość obciążenia P/P_{cr} rozdzielającego obszary stabilności konstrukcji

Oznaczenia symboli

E	– moduł sprężystości materiału, the elastic modulus, [Pa]
f_0, f	– strzałka ugięcia wstępnego i końcowego, initial and final deflection arrow, [m]
I	– moment bezwładności, moment of inertia, [m ⁴]
P, P_{cr}	– siła osiowa, eulerowska siła krytyczna, strength, euler's critical strength, [N]
w	– ugięcie pręta, deflection, [m]
β	– parametr określający zmiany deformacji w czasie, parameter identifies the changes during deformation [1/s]
γ, χ	– parametry materiałowe, the materials parameters [1/s]
ε	– odkształcenia, strain, [-]
κ	– krzywizna pręta, curvature, [1/m]
σ	– naprężenia, stress, [Pa]
ω	– parametr uszkodzenia materiału, parameter of material damage [m ² /m ²],
*	– iloczyn splotowy, the weave product [-]

Literatura

- [1] Bodnar A., Chrzanowski M., Latus P.: Reologia konstrukcji prętowych. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 2006.
- [2] Kubik J.: Mechanika konstrukcji warstwowych. Wydawnictwo TiT, Opole, 1993.
- [3] Kubik J.: Wprowadzenie do statyki układów niesprężystych. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Opolu, Opole, 1983.

THE STABILITY OF VISCOELASTIC ROD WITH MICRODAMAGES

Summary

The paper presents the analysis of stability of viscoelastic rod with microdamages. It become accepted that the cross-section accorded foundations of the classical theory of the curving of rods and the cross-section is bisymmetrical. In presented problem author used the layered model whose the cross-section consists with k of visco-elastic layers with ideally jointed.