

## MODELOWANIE TRANSPORTU ROZTWORÓW SOLI W TRAKCIE WYSYCHANIA

Andrzej KUCHARCZYK  
 Politechnika Opolska, Opole

### 1. Wprowadzenie

Procesowi wysychania zasolonych materiałów porowatych towarzyszy, oprócz skurczu wywołanego ubytkiem wilgoci, również krystalizacja soli z roztworu. Zjawiska te zachodzą równolegle i są główną przyczyną uszkodzeń powierzchni murów. Dotyczą one nie tylko obiektów nowych, ale przede wszystkim obiektów zabytkowych, w których to może dochodzić do migracji wody wraz z rozpuszczonymi solami w wyniku podciągania z gruntu. W artykule zaproponowano model opisu takich procesów oraz wyznaczono na podstawie rozważań numerycznych rozkłady wody i wykrystalizowanej soli.

### 2. Równania bilansów masy

Rozważa się mieszaninę ciał stałych (szkielet, wykrystalizowana sól), cieczy (woda, jony soli) i wilgotnego powietrza (para wodna, suche powietrze). Dla każdego ze składników postuluje się bilans masy:

$$\frac{\partial \rho_p^\alpha}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_p^\alpha \mathbf{v}_p^\alpha) = R_p^\alpha, \quad (1)$$

Gdzie: P odnosi się do ciała stałego S, cieczy L lub powietrza G, natomiast  $\rho_p^\alpha$ ,  $\mathbf{v}_p^\alpha = \mathbf{w}_p + \mathbf{u}_p^\alpha$ ,  $R_p^\alpha$  to gęstość (masa składnika  $\alpha$  mieszaniny P w jednostce materiału), prędkość parcjalna równa sumie prędkości barycentrycznej i dyfuzyjnej oraz źródło masy składnika  $\alpha$  mieszaniny P. Sumując powyższe równanie po wszystkich składnikach poszczególnych faz uzyskano:

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_p \mathbf{w}_p) = R_p, \quad (2)$$

uwzględniając, że  $\sum_{\alpha} \rho_p^\alpha = \rho_p$ ,  $\sum_{\alpha} \rho_p^\alpha \mathbf{u}_p^\alpha = 0$ ,  $\sum_{\alpha} R_p^\alpha = R_p$ . Po wprowadzeniu do powyższego równania wyrażenia na gęstość  $\rho_p^\alpha = \rho^\alpha \theta_\epsilon S_p^\alpha$  oraz prędkość składnika  $\mathbf{v}_p^\alpha$  otrzymano równoważną postać równania(1):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho^\alpha \theta_\epsilon S_p^\alpha) + \operatorname{div}(\rho^\alpha \theta_\epsilon S_p^\alpha \mathbf{w}_p) + \operatorname{div}(\rho^\alpha \theta_\epsilon S_p^\alpha \mathbf{u}_p^\alpha) = R_p^\alpha, \quad (3)$$

gdzie:  $\rho^\alpha$ ,  $\theta_\varepsilon$ ,  $S_p^\alpha$  to kolejnego gęstość składnika  $\alpha$ , porowatość (objętość porów do objętości materiału) oraz stopień nasycenia (stosunek objętości zajmowanej przez składnik  $\alpha$  do objętości porów).

Równania bilansu wilgoci i soli przyjmują postać:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho^w \theta_\varepsilon S_L^w) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho^v \theta_\varepsilon S_G) + \operatorname{div}(\rho^w \theta_\varepsilon S_L^w \mathbf{v}_L^w) + \operatorname{div}(\rho^v \theta_\varepsilon S_G \mathbf{v}_G^v) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho^w \theta_\varepsilon C_w^i S_L^w) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho^{cs} \theta_\varepsilon S_S^{cs}) + \operatorname{div}(\rho^w \theta_\varepsilon C_w^i S_L^w \mathbf{v}_L^i) = 0, \quad (5)$$

gdzie:  $C_w^i = \frac{\rho_L^i}{\rho_L^w}$  to koncentracja masowa jonów soli,  $S_G = 1 - S_L^w - S_S^{cs}$  jest stopniem nasycenia wilgotnym powietrzem zależnym od nasycenia wodą  $S_L^w$  i wykrystalizowaną solą  $S_S^{cs}$ .

Równanie(4) należy uzupełnić o równania fizyczne na strumieniu wody. Strumień konwekcyjny przyjęto analogicznie do prawa Darcy'ego [6]:

$$\rho^w \theta_\varepsilon S_L^w \mathbf{u}_L^w = -\rho^w K_L \operatorname{grad} p_L = -\rho^w K_L \operatorname{grad} (p_G - p_C) = \rho^w K_L \operatorname{grad} p_C, \quad (6)$$

natomiast strumień dyfuzyjny na podstawie założeń teorii mieszanin:

$$\rho^w \theta_\varepsilon S_L^w \mathbf{u}_L^w = -\rho^w \theta_\varepsilon C_w^i S_L^w \mathbf{u}_L^i. \quad (7)$$

Ostateczna postać strumienia konwekcyjnego wynika z założenia, że ciśnienie gazu w porach materiału jest stałe i równe ciśnieniu atmosferycznemu  $p_G = p_{\text{atm}}$  [6]. To założenie również ma wpływ na strumień konwekcyjny pary wodnej, tj.:

$$\rho^v \theta_\varepsilon S_G \mathbf{w}_G^v = -\rho^v K_G \operatorname{grad} p_G = 0. \quad (8)$$

Strumień dyfuzyjny pary wodnej przyjęto w postaci [6]:

$$\rho^v \theta_\varepsilon S_G \mathbf{u}_G^v = -\theta_\varepsilon S_G D_G^v \operatorname{grad} \rho^v. \quad (9)$$

Współczynniki transportu  $K_L$ ,  $D_G^v$  silnie zależą od koncentracji wody. Współczynnik przepuszczalności cieczy  $K_L$  rośnie, natomiast współczynnik dyfuzji pary wodnej  $D_G^v$  maleje ze wzrostem koncentracji wody. Było to powodem przyjęcia równań fizycznych w postaci:  $K_L(S_L^w) = \bar{K}_L(S_L^w)^c$ ,  $D_G^v(S_L^w) = \bar{D}_G^v(1 - S_L^w)^d$ , gdzie  $\bar{K}_L$  to współczynnik przepuszczalności przy pełnym nasyceniu wodą,  $\bar{D}_G^v$  to współczynnik dyfuzji przy pełnym nasyceniu powietrzem,  $c$ ,  $d$  to stałe materiałowe. Podstawiając (6÷9) do (4) otrzymuje się równanie zależne od stopienia nasycenia wodą oraz gęstości pary wodnej. Wyrugowanie jednej niewiadomej, w przypadku wysychania, uzyskuje się przez zastosowanie izotermi desorpcji. Zależność funkcyjną  $\rho^v = \rho^v(S_L^w, C_w^i)$  wyznaczono porównując ciśnienie kapilarne zależne od nasycenia wodą [3]:

$$p_C(S_L^w) = a \left( S_L^{w-b} - 1 \right)^{1-\frac{1}{b}}, \quad (10)$$

z ciśnieniem kapilarnym wyznaczonym na podstawie równania Kelvina rozszerzonym o wpływ soli[5]

$$p_C(\rho^v, C_w^i) = p_{\text{sat}}^v - p_{\text{atm}} - R^v T \rho^w \ln \left( \frac{R^v T}{p_{\text{sat}}^v} \rho^v (1 + C_w^i) \right). \quad (11)$$

Równanie 5 uzupełniono o równania fizyczne na strumieniu jonów soli oraz o wyrażenie określające kinetykę narastania wykryształizowanej soli. Postać strumienia konwekcyjnego uzyskano uwzględniając zależność (6), natomiast strumień dyfuzyjny przyjęto analogicznie do prawa Ficka:

$$\rho^w \theta_\varepsilon C_w^i S_L^w \mathbf{w}_L = \rho^w C_w^i K_L \text{grad } p_C, \quad (12)$$

$$\rho^w \theta_\varepsilon C_w^i S_L^w \mathbf{u}_L^i = -\rho^w \theta_\varepsilon S_L^w D_w^i \text{grad } C_w^i, \quad (13)$$

gdzie: współczynnik dyfuzji jonów przyjęto w postaci  $D_w^i(S_L^w) = \bar{D}_w^i(S_L^w)^e$ . W równaniu tym  $\bar{D}_w^i$ , e to współczynnik dyfuzji jonów soli przy pełnym nasyceniu wodą oraz stała materiałowa. Kinetykę narastania wykryształizowanej soli przyjęto za [2] w postaci:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho^{cs} \theta_\varepsilon S_S^{cs}) = \rho^w k^i S_L^w (C_w^i - C_{w,max}^i)^f, \quad (14)$$

gdzie:  $k^i$ ,  $C_{w,max}^i$ ,  $f$  to współczynnik przemiany fazowej, maksymalna rozpuszczalność soli w wodzie oraz współczynnik określający rząd procesu. Proces krystalizacji będzie zachodził, gdy zostanie spełniony warunek  $C_w^i - C_{w,max}^i \geq 0$ .

### 3. Badania numeryczne

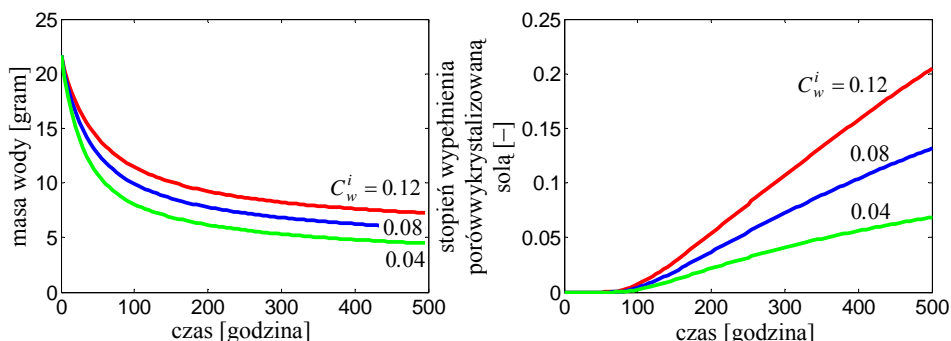
Rozwiązania układu równań różniczkowych (4, 5) dokonano za pomocą metody różnic skończonych wykorzystując niejawną schemat Eulera oraz iteracyjną metodę Newtona-Raphsona. Analizie podlegał jednowymiarowy proces symetrycznego wysychania cegły ceramicznej o grubości 4cm dla trzech przypadków początkowej koncentracji soli  $C_w^i = 0.04$ ,  $0.08$  i  $0.12$ . Pozostałe dane materiałowe umieszczono w tab. 1, a uzyskane rezultaty na rys. 1. Przyjęto warunki brzegowe 3. dla wilgoci oraz 2. rodzaju dla soli, tj.:

$$\rho^w \theta_\varepsilon S_L^w \mathbf{v}_L^w + \rho^v \theta_\varepsilon S_G \mathbf{v}_G^v = \beta (\rho^v - \rho_{\text{ot}}^v (Rh = 70\%, p_{\text{atm}} = 101325 \text{ Pa}, T = 20^\circ \text{ C})), \quad (15)$$

$$\rho^w \theta_\varepsilon C_w^i S_L^w \mathbf{v}_L^i = 0. \quad (16)$$

Tab. 1. Parametry użyte w obliczeniach

a	b	$\bar{K}_L$	$\bar{D}_G^v$	$\bar{D}_w^i$	$k^i$	c	d	e	f	$\beta$
5.6237	1.5	$1.1 \cdot 10^{-11}$	$5.5 \cdot 10^{-10}$	$2.1 \cdot 10^{-10}$	$2.01 \cdot 10^{-5}$	3	1	1.6	2	0.008
MPa	-	$\text{m}^2/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	$\text{m}^2/\text{s}$	$\text{m}^2/\text{s}$	1/s	-	-	-	-	m/s
[4]	[4]	[1]	[7]	[1]	[2]	-	-	[1]	-	[4]



Rys. 1. Rozkład masy wody oraz stopień wypełnienia porów wykrystalizowaną solą

#### 4. Podsumowanie i wnioski

W prezentowanym artykule przedstawiono model transportu roztworów soli oraz wyniki rozwiązania numerycznego. Występuje dwuetapowość procesów wysychania oraz spadek prędkości suszenia w miarę wzrostu początkowej koncentracji soli, co potwierdza prawidłowość przyjętego modelu.

#### Literatura

- [1] Buchwald A.: Determination of the Ion Diffusion Coefficient in Moisture and Salt Loaded Masonry Materials by Impedance Spectroscopy. 3rd Int. PhD Symposium Vienna 2, (2000) 475-482.
- [2] Espinosa R. M., Franke L., Deckelmann G.: Phase changes of salts in porous materials: Crystallization, hydration and deliquescence. Construction and Building Materials 22, (2008) 1758–1773
- [3] Genuchten M. Th.: A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated. Soil Science Society of America Journal 44, (1980) 892–898.
- [4] Koniarczyk M., Gawin D.: Modelling of salt crystallization in building materials with microstructure – Poromechanical approach. Construction and Building Materials 36 (2012) 860–873.
- [5] Nguyen T.Q., Petkovic J., Dangla P., Baroghel-Bouny V.: Modelling of coupled ion and moisture transport in porous building materials. Construction and Building Materials 22 (2008) 2185–2195.
- [6] Samson E., Marchand J., Snyder K.A., Beaudoin J.J.: Modeling ion and fluid transport in unsaturated cement systems in isothermal conditions. Cement and Concrete Research 35, (2005) 141–153.
- [7] Świrska-Perkowska J.: Adsorpcja i ruch wilgoci w porowatych materiałach budowlanych w warunkach izotermicznych. PAN KILiW. Warszawa 2012.

#### MODELING SALT SOLUTION TRANSPORT DURING DRYING

#### Summary

The paper presents a model of salt solution flows in porous materials. It contains balance equations for moisture and salt, constitutive equations, initial and boundary conditions. On the basis the numerical solutions was formulated. This model could also be use to formulate the inverse problem.