

ANALIZA EKSPERYMENTALNA SZTYWNOŚCI ZŁĄCZ W DREWNIANO-ŻELBETOWYCH BELKACH ZESPOLONYCH NA PODSTAWIE DRGAŃ WŁASNYCH

Mariusz CZABAK, Zbigniew PERKOWSKI
Politechnika Opolska, Opole

1. Wprowadzenie

Obecnie w inżynierii lądowej bardzo dużego znaczenia nabierają prace naukowe poświęcone nieniszczącym metodom diagnostycznym konstrukcji z uwagi na wzrastające wymogi, zarówno w zakresie kontroli jakości wykonania nowych jak i oceny stanu technicznego istniejących budynków i budowli. Metody te pozwalają szacować parametry mechaniczne (np. sztywność) konstrukcji na podstawie nieinwazyjnych pomiarów różnych wielkości fizycznych pośrednio z nimi związanych. Powszechnie wykorzystuje się w tym zakresie analizę czasów propagacji i tłumienia fal ultradźwiękowych w materiałach oraz analizę drgań swobodnych lub aktywne i pasywne badania termowizyjne całości obiektów budowlanych lub ich elementów.

W nawiązaniu do tej tematyki, w niniejszym artykule, omówiono przyczynkowy eksperyment, mający na celu wyznaczenie sztywności na ścinanie złącza warstw zespolonej belki drewniano-żelbetowej w oparciu o pomiary częstotliwości jej drgań swobodnych. Dotychczas w literaturze można znaleźć wiele danych w tym zakresie odnośnie do konstrukcji stalowo-żelbetowych (np. [4]), lecz nie w przypadku układów drewniano-żelbetowych. Należy także wspomnieć że znajomość sztywności na ścinanie złącza międzywarstwowego w belkach zespolonych jest bardzo istotna z projektowego punktu widzenia, gdyż jej wartość decyduje w sposób zasadniczy o zachowaniu zarówno stanu granicznego nośności jak i użyteczności tego typu ustrojów prętowych (np. [1]).

2. Badania laboratoryjne

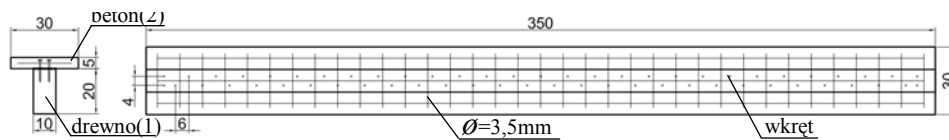
Badania zostały przeprowadzone na specjalnie do tego celu wykonanej zespolonej belce drewniano-żelbetowej o długości 350cm i przekroju poprzecznym żebra drewnianego ~ 10cm x 20cm oraz płyty betonowej ~5cm x 30cm (rys. 1b i 2). Żebro i płytę połączono stalowymi wkrętami 8mm x 100mm o średnicy 5,5mm i rozstawie jak na rys. 2. Dodatkowo, w celu określenia modułu Younga wzdłuż włókien żebra drewnianego, przeprowadzono pomiary drgań belki o długości 350cm i przekroju ~10cm x 20cm (rys. 1a), wykonanej z tej samej partii drewna co żebro belki zespolonej. Element wykonany został w sposób umożliwiający określenie sztywności złącza z pominięciem tarcia żebra drewnianego o płytę betonową, tj. obie warstwy oddzielono dwiema foliami. Po 28 dniach od wykonania belki przeprowadzono za pomocą podłączonych do oscyloskopu akcelerometrów (rys. 3) pomiary jej drgań swobodnych, które wzbudzano pojedynczymi uderzeniami młotkiem. Prezentowany na rys. 3 schemat statyczny układu

z podporami podatnymi w kierunku pionowym jest zabiegiem mającym na celu efektywne uwzględnienie faktu (w możliwe najbardziej prosty sposób), że deformacje belki w pobliżu podpór (z powodu bardzo małej sztywności drewna w poprzek włókien) mogą wpływać znacząco na wartości częstotliwości drgań. Podobnie przyjęto model belki drewnianej.



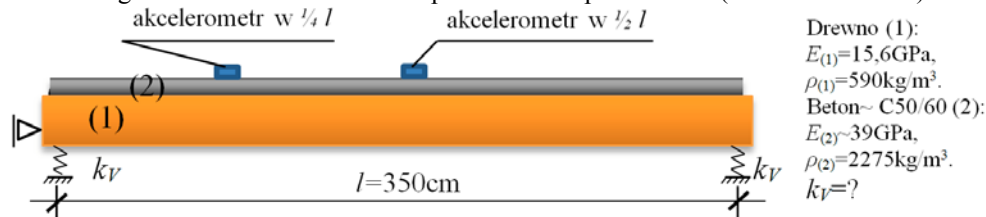
Rys. 1. Zdjęcia badanej belki drewnianej (a) i zespolonej (b).

Fig. 1. The pictures of tested wooden (a) and composite (b) beam.



Rys. 2. Przekrój i widok z góry belki zespolonej (wymiarzy w cm).

Fig. 2. The cross-section and top view of composite beam (dimensions in cm).



Rys. 3. Założony schemat statyczny belki zespolonej.

Fig. 3. The assumed static scheme of composite beam.

Po analizie fourierowskiej otrzymanych akcelerogramów wyznaczono następujące wartości częstotliwości drgań swobodnych belki zespolonej: $f_1=27,4$ Hz, $f_2=72,7$ Hz. W identyczny sposób przebadano belkę drewnianą, uzyskując w jej przypadku, że: $f_1=34,6$ Hz, $f_2=116,1$ Hz. Równolegle określono również wytrzymałość na ściskanie użytego betonu na pobranych przy wykonywaniu płyty belki 6 próbkach kostkowych, gdzie uzyskano po 28 dniach średnią wartość ~ 62 MPa. Z kolei ułamki tłumienia pierwszych postaci drgań nie przekraczały wartości 0,048 w obydwóch przypadkach.

3. Matematyczny opis zagadnienia

Poniższy układ równań opisuje zależności pomiędzy parametrami geometryczno-fizycznymi, obciążeniami, a szukanymi przemieszczeniami osi warstw liniowo-sprężystej belki zespolonej przy uwzględnieniu ich poślizgu w kontakcie (por. [2,3]):

$$\begin{cases} w^{IV} (E_{(1)}I_{(1)} + E_{(2)}I_{(2)}) - ke^2 w'' & + ke u_{(1)}' & - ke u_{(2)}' & = -q - \mu \ddot{w} \\ ke w' & + E_{(1)} A_{(1)} u_{(1)}'' - ku_{(1)} & + ku_{(2)} & = \mu_{(1)} \ddot{u}_{(1)} \\ -ke w' & + ku_{(1)} & + E_{(2)} A_{(2)} u_{(2)}'' - ku_{(2)} & = \mu_{(2)} \ddot{u}_{(2)}. \end{cases} \quad (1)$$

Następnie, wykorzystując metodę różnic skończonych do dyskretyzacji zagadnienia opisanego układem równań (1) i przy uwzględnieniu warunków brzegowych (por. rys. 3):

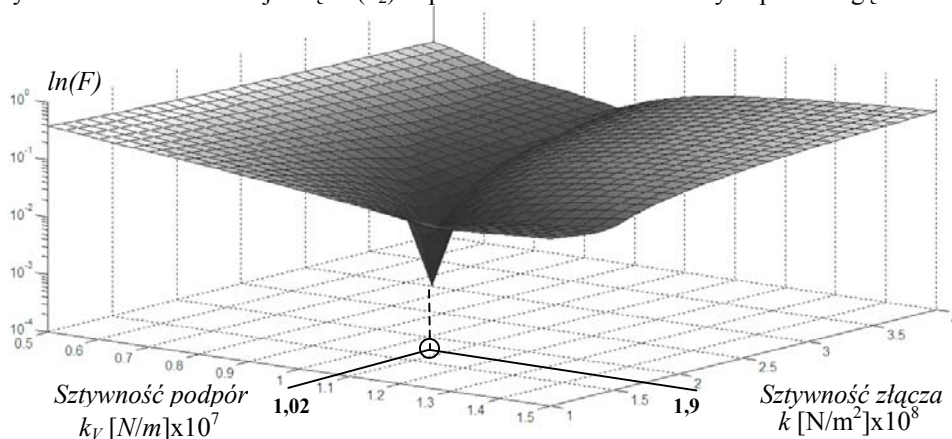
$$\begin{aligned} u'_{(1)}(x=0) = u'_{(1)}(x=l) = 0, \quad u'_{(2)}(x=0) = u'_{(2)}(x=l) = 0, \\ T(x=0) = -k_v w(x=0), \quad T(x=l) = k_v w(x=l), \quad w''(x=0) = w''(x=l) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

napisano własny program komputerowy w środowisku Matlab, umożliwiający analizę zagadnienia własnego. Korzystając z tego programu rozwiązano zadanie odwrotne, polegające na znalezieniu za pomocą metody uporządkowanego przeszukiwania dziedziny minimum funkcji błędów względnych pomiędzy mierzonymi i obliczonymi modelowo częstotliwościami drgań własnych belek. Funkcja ta zależna była od modułu Younga drewna wzdłuż włókien i sztywności podpór w pionie w przypadku belki drewnianej oraz sztywności na ścinanie złącza i również sztywności podpór w pionie w przypadku belki zespolonej, tj. odpowiednio:

$$F(E, k_v) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{f_{i(\text{pomiar})} - f_{i(\text{model})}(E, k_v)}{f_{i(\text{pomiar})}} \right| \quad \text{i} \quad F(k, k_v) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{f_{i(\text{pomiar})} - f_{i(\text{model})}(k, k_v)}{f_{i(\text{pomiar})}} \right|. \quad (3)$$

4. Wyniki

W wyniku minimalizacji funkcji (3₁) przy $n=2$ uzyskano, że belka drewniana ma dynamiczny moduł Younga wzdłuż włókien $E=15,6$ [GPa] i sztywność pionową podpór $k_v=7 \cdot 10^6$ [N/m]. Następnie w oparciu o wzory empiryczne wg [5] i pomiary wytrzymałości na ściskanie oszacowano dynamiczny moduł Younga betonu na poziomie 39 [GPa]. Dane te pozwoliły na wyznaczenie minimum funkcji (3₂) przy $n=2$ w przypadku sztywności na ścinanie złącza międzywarstwowego $k=1,9 \cdot 10^8$ [N/m²] i sztywności pionowej podpór $k_v=1,02 \cdot 10^7$ [N/m] (w porównaniu przy $k_v \rightarrow \infty$, $k=0,9 \cdot 10^8$ [N/m²]). Poglądowo na rys. 4 wykreślona została funkcja błędu (3₂) w przedziałach wartości branych pod uwagę.



Rys. 4. Wykres funkcji błędu (3₂)
Fig. 4. The diagram of the error function (3₂)

4. Wnioski

Wyniki omówionego eksperymentu pozwalają wstępnie wysnuć dwa zasadnicze wnioski:

- 1) Analiza częstotliwości drgań własnych belki drewniano-żelbetowej w oparciu o model sprężystego pręta dwuwarstwowego z poślizgiem warstw pozwala wiarygodnie oszacować sztywność na ścinanie złącza między płytą betonową a dolnym żebrzem drewnianym, o ile znane są gęstości oraz moduły Younga drewna i betonu.
- 2) Nieuwzględnienie deformacji od sił poprzecznych w strefach podporowych belek drewniano-żelbetowych, z uwagi na bardzo małą sztywność drewna w poprzek włókien, doprowadzić może do niedoszacowania wartości sztywności na ścinanie złącza.

Oznaczenia symboli

- s – poślizg między warstwami, interlayer slip [m];
 $u_{(i)}$ – przemieszczenie poziome w osi i -tej warstwy, horizontal displacement of centre line of the i -th layer [m];
 $e=1/2(h_{(1)}+h_{(2)})$ – gdzie $h_{(i)}$ to wysokość i -tej warstwy, where $h_{(i)}$ is a height of the i -th layer [m];
 w – przemieszczenie pionowe elementu, vertical displacement of element [m];
 k – sztywność złącza na ścinanie, shear stiffness of connection [N/m²];
 k_V – sztywność podpory, support stiffness [N/m];
 $E_{(i)}, I_{(i)}, A_{(i)}, \mu_{(i)}$ – moduł Younga, Young modulus [Pa], moment bezwładności, moment of inertia [m⁴], pole przekroju, cross-sectional area [m²], liniowa gęstość i -tej warstwy, linear density of the i -th layer [kg/m];
 f_i – i -ta częstotliwość drgań własnych, the i -th natural frequency [Hz];

Literatura

- [1] Godycki-Ćwirko T., Kleszczewski J., Pawlica J., Wzmacnianie stropów na belkach drewnianych przez ich zespolenie z płytą żelbetową, Tom I, PWN, Warszawa 2006
- [2] Kuczma B., Kuczma M. Badania doświadczalne i modelowanie klejonych stalowo-betonowych belek zespolonych, 381-388, Rzeszów: ZN Politechniki Rzeszowskiej, 283, Bud. i Inżynieria Środowiska, 59 (3/2012/II), 2012
- [3] Perkowski Z., Czabak M., Gozarska K.: Estimation of shear stiffness of interlayer connection in two-layer composite beams based on an analysis of natural frequencies, 18-20, Communications – Scientific Letters of the University of Żylinia, 4/2013
- [4] Wróblewski T., Pełka-Sawenko A., Abramowicz M., Berczyński S. Modeling And Analysis Of Free Vibration of Steel-Concrete Composite Beams by Finite Element Method, 85-96, Advances in manufacturing science and technology Vol. 36, No. 4, 2012
- [5] Neville A.M.: Właściwości betonu, Polski Cement, Kraków, 2012

EXPERIMENTAL ANALYSIS OF STIFFNESS CONNECTION IN COMPLEX WOOD-CONCRETE BEAMS BASED ON NATURAL FREQUENCIES

Summary

The article presents advantages offered by the modal analysis in diagnostics of wood-concrete composite beams. It enables estimating stiffness of a sheared connection between a wooden rib and concrete slab of beam and vertical stiffness of supports if the other mechanical properties of beam are known. The presented considerations are supported by the experimental results obtained for the full scale beam.